Allerlei telproblemen

Het probleem

Jullie krijgen eerst 8 kaartjes (A1 tot en met D2) en later nog eens 16 kaartjes (E1 tot en met L2) met een telprobleem. Jullie taak is om deze telproblemen te categoriseren. Welke problemen kun je met dezelfde oplossingsmethode oplossen?

Hoe noemen jullie de categorieën die jullie hebben gemaakt? Bespreek met een ander groepje jullie indeling en geef woorden aan de indeling. Werk gestructureerd.

Tot slot bedenk je voor de lege kaartjes zelf een aantal ‘nieuwe’ telproblemen. Op de lege kaartjes noteer je vier ‘nieuwe’ telproblemen met verschillende oplossingsmethoden. Noteer aan de voorzijde van het kaartje jullie zelfbedachte telprobleem en aan de achterzijde de oplossingsmethode en de uitwerking.

A1

Een pincode bestaat uit vier cijfers. Hoeveel pincodes zijn er mogelijk zonder 0, 1 of 2?

A2

Een kenteken bestaat uit twee cijfers, twee letters, en weer twee cijfers. De A, E, O, U, B en M worden niet gebruikt. Hoeveel kentekens zijn mogelijk met twee verschillende letters?

B1

Op hoeveel manieren kunnen de gouden, zilveren en bronzen medaille gewonnen worden in een groep van acht atleten?

B2

Op hoeveel manieren kan de feestcommissie met drie leden gekozen worden uit een klas met 26 leerlingen?

C1

Een vlag bestaat uit vier banen. Er zijn zeven kleuren om de vlag mee te maken. Hoeveel verschillende vlaggen kun je maken met allemaal verschillende kleuren?

C2

Een docent heeft tien toets opgaven over hoofdstuk 2. Ze maakt een repetitie met vier opgaven. Hoeveel verschillende repetities kan ze maken?

D1

Uit een groep van 16 voetballers worden er twee gekozen voor een speciaal trainingskamp. Hoeveel verschillende tweetallen zijn er mogelijk?

D2

Een wedstrijd kan eindigen in winst, verlies of gelijkspel. Een team speelt tien wedstrijden. Hoeveel verschillende resultatenreeksen zijn er mogelijk?

E1

Monique pakt vier knikkers uit een vaas met zes rode en vier witte knikkers. Op hoeveel manieren kan ze geen rode knikkers pakken?

E2

Er wordt een kwalificatiewedstrijd gelopen door acht atleten. Er gaan er drie door naar de volgende ronde. Hoeveel drietallen zijn er mogelijk?

F1

Er is een boekenlijst met 25 titels. Sjors moet er 5 uitkiezen om te lezen. Op hoeveel manieren kan Sjors zijn boeken kiezen?

F2

Er hangen zes verschillend gekleurde setjes oorbellen in de winkel. Julia kiest er drie. Hoeveel verschillende setjes kan ze kopen?

G1

Een groep van 12 mensen ontmoet elkaar bij een vergadering. Iedereen geeft alle anderen een hand. Hoeveel keer worden er handen geschud?

G2

Er hangen zes verschillend setjes oorbellen in de winkel. Julia kiest er drie. Hoeveel verschillende setjes kan ze kopen?

H1

Bij de Lotto moet je 8 cijfers aankruisen uit de getallen 1 tot en met 41. Op hoeveel manieren kun je het Lotto-formulier invullen?

H2

Je gooit tien keer met een geldstuk. De uitkomst is kop of munt. Op hoeveel manieren kun je vier keer kop gooien?

I1

Er zijn negen vragen met juist / onjuist. Hoeveel verschillende antwoordrijtjes zijn er mogelijk?

I2

Een docent gebruikt negen vragen met onjuist / juist voor een toets. Hij maakt verschillende versies door de vragen door elkaar te husselen. Hoeveel versies kan hij maken?

J1

Je kiest een voorgerecht, een hoofdgerecht en een toetje van een menukaart. Je bepaalt later of je wel of niet koffie neemt na afloop. Op hoeveel manieren kun je je maaltijd samenstellen?

J2

Morse-tekens worden samengesteld uit puntjes en streepjes. Bijvoorbeeld: de F is · · – ·. Hoeveel tekens zijn mogelijk met twee puntjes en drie streepjes?

K1

Er zijn 300 inzendingen. Er worden vijf dezelfde prijzen verloot. Hoeveel verschillende vijftallen kunnen in de prijzen vallen?

K2

Jan gooit elf keer met een munt. Hoeveel mogelijkheden zijn er om beurtelings munt en kop te gooien?

L1

Een klas van 27 leerlingen gaat in twee busjes naar een excursie. In de ene bus kunnen twaalf leerlingen en in de andere vijftien leerlingen. Op hoeveel verschillende manieren kunnen de leerlingen verdeeld worden over de bussen?

L2

Een voetbalwedstrijd eindigt in de stand 3-2. Hoeveel verschillende wedstrijdverlopen zijn er mogelijk?

Extra telproblemen om te gebruiken

M1

Hoeveel getallen van vijf cijfers zijn er met één zeven, twee achten en twee negens?

M2

Jan gooit elf keer met een munt. Hoeveel verschillende uitkomsten zijn er in totaal?

N1

Morse-tekens worden samengesteld uit punten en streepjes. Bijvoorbeeld: de L is · − · ·. Hoeveel codes kun je maken met vier van deze symbolen?

N2

Uit de gemeenteraad van 35 personen moet een commissie van 3 personen worden samengesteld. Op hoeveel manieren kan dat?

O1

Negen mensen ontvangen de koning. Op hoeveel manieren kunnen deze mensen op een rij staan?

O2

Negen mensen ontvangen de koning. Op hoeveel manieren kunnen de mensen op een rij staan als de vijf vrouwen naast elkaar gaan staan en ook de vier mannen?

P1

Er bestaan vier verschillende soorten basen die samen je DNA vormen. Hoeveel ketens van acht basen zijn er met van elke soort twee?

P2

Een toets bestaat uit 20 vierkeuzevragen. Hoeveel verschillende rijtjes antwoorden kun je bij deze toets maken?

Q1

Een toets bestaat uit 30 driekeuzevragen. Op hoeveel manieren kun je 20 vragen goed beantwoord hebben?

Q2

Een toets wordt samengesteld uit 10 vijfkeuzevragen. Op hoeveel verschillende manieren kan de docent de vragen nummeren van 1 tot 10?

R1

Jan gooit elf keer met een munt. Op hoeveel manieren kan hij zes keer “MUNT” gooien?

Doelgroep en onderwerp

Jaarlaag:	4 havo/vwo – wiskunde A
Onderwerp:	Combinatoriek
Lesduur:	50 minuten
Benodigdheden:	Whiteboard, markers, magneetjes, uitgeknipte kaartjes
Werkwijze:	Groepsopdracht
Voorkennis:	De diverse oplossingsmethoden voor telproblemen
Leerdoel:	Door verdieping in het probleem kunnen bepalen met welke oplossingsmethode een telprobleem opgelost kan worden

Werkwijze

Beschrijving van de werkvorm

De klas wordt opgedeeld in kleine groepjes, die met een marker en magneetjes bij een whiteboard staan. De leerlingen krijgen eerst 8 kaartjes met telproblemen die door elk groepje gecategoriseerd moeten worden. De kaartjes kunnen door middel van magneetjes op het whiteboard worden ingedeeld. Na een klassengesprek wordt deze ronde wordt nog eens herhaald met 16 kaartjes.

Mogelijke hints

- Bij telproblemen zie je niet altijd direct welke aanpak nodig is. Soms herken je het probleem van een eerdere opgave. Zo niet, verdiep je dan in het probleem, bijvoorbeeld door mogelijkheden uit te schrijven. De volgende vragen kunnen je daarna verder helpen:
    - Kun je systematisch noteren of een rooster gebruiken?
    - Kun je de somregel gebruiken (kun je “of” erbij denken)?
    - Kun je de vermenigvuldigingsregel gebruiken (kun je “en” erbij denken)?
    - Zijn herhalingen toegestaan?
    - Is de volgorde van kiezen van belang? Heb je dus te maken met een permutatie of een combinatie?
- Indien er meer sturing nodig is, bespreek dan vooraf een aantal standaardvoorbeelden om daarmee de indeling te kunnen maken. Gebruik categorieën van standaard opgaven, bijvoorbeeld:
    - Vlaggen kleuren (met verschillende kleuren en ook met dezelfde kleur mogelijk);
    - **C**ombinaties (**C**lubje uit grote groep, rijtjes met bijvoorbeeld 3 keer rood en 2 keer wit);
    - Uitschrijven/boomdiagram (bijvoorbeeld 3 dobbelstenen met totaal maximaal 10 ogen samen)

Op deze manier wordt de opdracht: “Welke telproblemen kun je oplossen met ‘vlaggen kleur’-principe, welke met combinaties en welke los je op door uitschrijven/boomdiagram? ”

Verwachte oplossing van leerlingen

- Bijvoorbeeld bij telprobleem D2 kan verwacht worden dat leerlingen oplossingen als 10 boven 3, 10 tot de macht 3 of zelfs 10 * 9 * 8 in gedachten hebben. Dit is lastig te voorspellen. **We hebben onderaan het werkblad een indelingslijst toegevoegd.**

Aanwijzingen voor het klassengesprek

- In het klassengesprek is de focus vooral op verdieping, het doorzien van het probleem en mogelijke aanpakken: uitschrijven, schematiseren, linken aan een bekend probleem, probleem kleiner maken, deelproblemen onderscheiden, herkenning van de structuur (herhaling of volgorde).
- Na dit klassengesprek (eerste ronde) gaat de les verder met 16 nieuwe kaartjes met telproblemen om te sorteren per groepje. Geef per groepje een extra paar minuten om hun indeling met de juiste benamingen duidelijk op het whiteboard te noteren. Ook deze ronde wordt afgerond met een (kort) klassengesprek, waarin de bevindingen van de groepjes centraal staan. Herhaal de juiste bewoordingen.
- De les wordt afgesloten met een laatste onderdeel. Hiervoor krijgen de groepjes vier lege kaartjes, waarvoor zij 4 nieuwe telproblemen van verschillende oplossingsmethoden gaan bedenken. Aan de voorzijde komt het uitgewerkte telprobleem en aan de achterzijde de indeling/uitwerking. Bij voldoende kwaliteit kunnen deze 'bedachte' telproblemen voor de toets worden gebruikt.

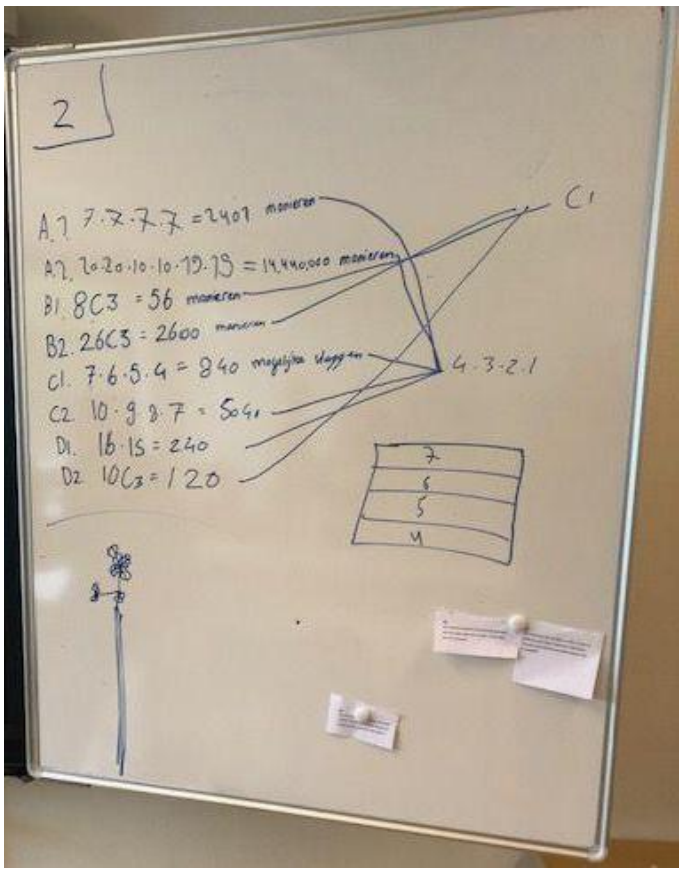
Reflectie

Het was mooi om te zien dat elk groepje de instructie anders op heeft gepakt. Van de 6 groepjes gingen er 2 meteen aan de slag met de kaartjes te proberen te categoriseren. Maar de vier overige groepen gingen direct alle (acht) kaartjes berekenen. Bij de vraag waarom, was het antwoord: nou als je de berekening ziet dan kun je de vragen beter categoriseren.

Deze les was direct na het weekend en de leerlingen kregen alleen bovenstaande instructie mee. Hele mooie gesprekken gehad met de leerlingen, maar doordat zij meteen gingen rekenen duurde de les langer dan verwacht. De leerlingen hebben 16 kaartjes kunnen categoriseren i.p.v. van 32 in totaal en hebben ook geen vragen zelf bedacht. Veel leerlingen hadden wel door deze les meer het idee waar nu de verschillen zaten.

Zie hierbij nog een aantal uitwerking van de eerste 8 kaartjes. Na deze les kwamen sommige groepjes wel met een schematisch overzicht t.a.v. de telproblemen. Maar besteed zeker de volgende lestijd aan de belangrijke vragen, waardoor je telproblemen kunt categoriseren!





Deze opdrachten zijn ontwikkeld binnen het IOL-project Probleemaanpak in de wiskundeles van de NVvW. Meer informatie en vragen vind je op:

www.nvvw.nl/lesmaterialen/probleemoplossen

CC BY SA