

Probleemgestuurde aanpak in wiskundelessen

NVvW-PROJECT

Veel wiskundedocenten voelen het aan: enerzijds is het noodzakelijk om leerlingen helder uit te leggen hoe procedures en stappenplannen werken. Anderzijds wil je graag dat leerlingen zelf nadenken over opdrachten en beslissen op welke manier ze de wiskunde problemen kunnen aanpakken. Voor procedures en stappenplannen bieden de schoolboeken goede ondersteuning, maar voor het probleemoplossen is dat vaak minder goed zichtbaar.

Inleiding

Probleemoplossen, onderdeel van wiskundige denkactiviteiten, is een nadrukkelijk doel in wiskundecurricula voor het voortgezet onderwijs, voor zowel de onderbouw als bovenbouw. Zie de vernieuwde kerndoelen voor de onderbouw vo, in het bijzonder de wiskundige denk/werkwijzen (kerndoelen 9 t/m 13) en de wiskundige activiteiten bij de concept-eindexamenprogramma's wiskunde bovenbouw havo/vwo.

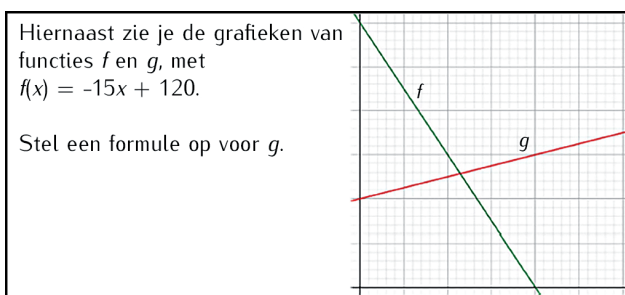
Het ontbreekt op dit moment in de bestaande lesmethoden aan voldoende goed materiaal om het probleemoplossen een meer prominente rol in het wiskundeonderwijs te geven. Er is een belangrijke rol voor de docent weggelegd om het leerproces van probleemoplossen te initiëren en te begeleiden. Om probleem aanpak succesvol te trainen is het nodig dat er continu aandacht is voor dit aspect van wiskunde leren. Dit betekent dat probleemoplossen niet enkel op het eind van het leerproces in een extra paragraaf met een toepassingsvraag terugkomt, maar ook bij het begin van het leerproces van nieuwe wiskundige concepten en procedures. Probleemoplossen wordt hiermee verweven in het onderwijs van alledag. Dergelijk onderwijs vraagt een bepaalde werkwijze van de docent die leerlingen uitdaagt en ondersteunt waar dat nodig is en confronteert met rijke wiskundige taken waarbij probleem aanpak vereist is. Leerlingen zullen eerst zelf aan die taken moeten werken, waarbij hulp op maat gegeven kan worden. Daarna volgt een klassikale bespreking waarbij aandacht is voor strategieën, integratie, verdieping en generalisatie. Dit noemen we *Probleemgestuurde aanpak in wiskundelessen*.

Om docenten te ondersteunen bij het ontwikkelen van goede lessen rondom een probleemgestuurde aanpak initieerde de NVvW een door OCW gesubsidieerd project van drie jaar, waarvan het afgelopen jaar het eerste

was. Uitgangspunt is om samen met docenten materialen te ontwikkelen die de mogelijkheid geven om met een probleemgestuurde aanpak in de wiskundeles aan de slag te gaan. De materialen moeten eenvoudig bruikbaar kunnen zijn voor 'gewone' wiskundelessen, maar ook voor lessen waarin bijvoorbeeld gebruik wordt gemaakt van de Building Thinking Classrooms (BTC) aanpak.

Achtergrond van probleemgestuurde aanpak

De gedachte achter probleemgestuurde lessen willen we graag toelichten aan de hand van het net verschenen boek *Didactiek van de wiskunde Handboek voor leraren in opleiding en praktijk*, geschreven door Paul Drijvers. Elders in deze *Euclides* vind je een recensie van dit boek. Hoofdstuk 5 van dit boek gaat over denkactiviteiten en probleemoplossen. Drijvers begint het hoofdstuk met twee voorbeelden, zie figuur 1 en 2.



figuur 1

De twee voorbeelden laten zien dat een opdracht die feitelijk niet veel voorkennis vereist (bij voorbeeld 1: de formule van een rechte lijn, bij voorbeeld 2: oppervlakte van een cirkel) toch uitdagend kan zijn. Als leerling heb je probleemoplossingsvaardigheden nodig om een oplossing te verzinnen. De voorbeelden laten zien 'dat



figuur 2

WDA-opgaven niet altijd om uitgebreide voorkennis of wiskunde van hoog niveau vragen; wel doen ze een beroep op enige creativiteit en wendbaarheid in een nieuwe situatie'. Drijvers beschrijft twee belangrijke aspecten van probleemoplossen in de wiskundeles:

- (1) er zijn denkactiverende *opdrachten* nodig,
- (2) er zijn denkactiverende *docenten* nodig.

In het NVvW-project zetten we op beide aspecten in. Hieronder beschrijven we eerst de opzet van het project, en vervolgens de beide aspecten.

Het project

In het kader van het project, gesubsidieerd door Impuls Open Leermateriaal, is een groep van zestien wiskundeleraars geworven, verdeeld over verschillende schoolsoorten, leerjaren en lesmethoden. Er zijn vijf of zes bijeenkomsten per jaar in het midden van het land waar docenten gezamenlijk werken aan het ontwerpen van lesmateriaal. In teams van drie docenten wordt gewerkt aan de ontwikkeling van probleemgestuurde aanpak in wiskundelessen. De opdrachten worden zoveel mogelijk uitgetest in de klas en op basis van de ervaringen soms enigszins aangepast. In elke bijeenkomst staat een thema centraal en wordt er tijd besteed aan het ontwerpen van nieuwe opdrachten. Thema's kunnen zijn: hoe ontwerp je een centrale vraag, kwaliteitscriteria voor een centrale vraag, hoe begeleid je een klassengesprek. Het hele leertraject voor docenten staat onder leiding van vier lerarenopleiders, die ervaring hebben met probleemgestuurd onderwijs.

We hebben gekozen voor een vast format van het lesontwerp, met daarin het probleem (centrale vraag), de werkwijze (hoe gaan leerlingen hieraan werken en eventuele hints), verwachte oplossingen van leerlingen en aandachtspunten voor de klassikale bespreking. Na het geven van de les wordt dit aangevuld met de evaluatie, met o.a. oplossingen van leerlingen.

Aspect 1: opdrachten

In de eerste bijeenkomsten is er met de docenten besproken wat we als groep onder een wiskundig probleem verstaan en aan welke criteria onze centrale vragen zouden moeten voldoen, zie kader 1 voor het resultaat.

De opdracht zet aan tot wiskundig denken, het is een non-routineopgave

Wiskundig:

- past bij leerdoelen en in de leerlijn
- bevat de kern en de volle complexiteit
- focust op ontwikkeling van wiskundige concepten óf op probleemaanpak

Taak:

- is een betekenisvolle vraag voor leerlingen en heeft een beperkte introtekst
- heeft *low floor-high ceiling* en verschillende aanpakken zijn mogelijk
- is uitdagend en motiverend

kader 1 Kenmerken van een wiskundig probleem in het project

We hebben met elkaar strategieën besproken om bij hoofdstukken uit schoolboeken dergelijke centrale vragen te ontwerpen. Denk aan: het 'voorbeeld' in het boek overslaan, en direct een passende opdracht geven, zodat de leerling zelf moet nadenken over de aanpak. Of denk aan het schrappen van deelvragen. Ook is het mogelijk om een hoofdstuk te ontleden in 'hoofdgedachten' via een soort conceptmap. Dit kan helpen om de kernen van het hoofdstuk zichtbaar te maken. Bij die kernen kun je vervolgens de opdrachten ontwikkelen.

Uit het project een voorbeeld voor klas 1:

Het probleem

Het recept voor perfect paars water luidt: 'Meng 11 ml blauw water met 5 ml rood water.' Joost mengt 330 ml blauw water met 140 ml rood water. Diana mengt 290 ml blauw water met 120 ml rood water. Joost en Diana gooien hun mengsels bij elkaar. Hoeveel blauw en rood water moeten ze nog toevoegen voor precies één liter perfect paars water?

kader 2 Voorbeeldopgave klas 1

>

Aspect 2: denkactiverende docenten

De rol van een docent in een les die gericht is op probleemoplossingsvaardigheden is anders dan in een directe-instructieles. De docent is sterk gericht op aanpakken en minder op antwoorden. De docent laat leerlingen hun ideeën verwoorden met een focus op aanpakken die voor alle leerlingen zinvol kunnen zijn. De docent gebruikt vraag-antwoordtechnieken zoals doorvragen, aanvullen, verplaatsen in de ander (begrijp je wat de andere leerling bedoelt) en verdiepen (waarom is dit zo, hoe hangt het samen). Het stimuleren van een productieve houding (durf, doorzetten, zelfvertrouwen) is onderdeel van het proces. Daarnaast zal bij het aanleren van nieuwe wiskundige concepten en procedures via dergelijke probleemgestuurde lessen natuurlijk ook aandacht moeten zijn voor het vastleggen van deze nieuwe concepten en procedures en de integratie ervan bij het eerder geleerde.

In het project komen deze thema's aan bod aan de hand van activiteiten zoals: zelf ervaren hoe je een probleem oplost, zelf ervaren van een probleemgestuurde les, het bekijken en bespreken van een video van een docent die vraagtechnieken gebruikt om verschillende oplossingen te bespreken en het bespreken van theorie over klassen-gesprekken.

Het project, de uitdagingen van de praktijk

We beleven met elkaar mooie momenten en er worden goede stappen gemaakt om materialen te ontwikkelen. Maar er zijn ook stevige uitdagingen. Om met een grote uitdaging te beginnen, het samenkomen en ontwikkelen blijkt soms pittig naast een volle baan. Deelnemers waren zeer enthousiast na de opstartbijeenkomst, maar in de loop van het jaar nam de drukte van alledag een vlucht. Soms bleek het gewoonweg teveel en enkele deelnemers besloten te stoppen. De andere kant is dat deelnemers het mooi vinden om docenten van andere scholen te ontmoeten en zo ook praktijken uit te wisselen en schooloverstijgend samen te werken. De deelnemers waarderen de opzet van de avonden waarin er tijd is om ervaringen uit te wisselen, er altijd zinvolle informatie wordt gegeven en ze zelf een probleemgestuurde aanpak mogen ervaren. We eten altijd even met elkaar en er is ruimte om zelf aan het werk te gaan waarbij de begeleiders meedenken en feedback geven.

Er is inmiddels een aantal lessen ontwikkeld. Een mooi en belangrijk element is dat docenten deze lessen ook zelf uittesten en in de documenten weergeven hoe leerlingen op hun opdrachten reageren.

Een tweede uitdaging is hoe je probleemoplossen

integreert in een vol curriculum. Schoolboeken blijken zeer leidend en bepalend voor het schoolcurriculum. Maar hoe integreer je bij deze 'volle hoofdstukken' en 'volle plannings' ruimte voor probleemgestuurde lessen, en hoe integreer je de les precies in het curriculum. Zeker in de bovenbouw is dit een uitdagende vraag. De strategieën om centrale vragen te ontwikkelen geven houvast om deze uitdaging aan te gaan.

Hoe verder?

Probleemgestuurde lessen zijn nodig om leerlingen probleem aanpak aan te leren. Deze probleem aanpak is nodig omdat niet iedere probleemsituatie die leerlingen in hun schoolloopbaan en hun latere leven tegenkomen vooraf geoefend kan zijn. Leerlingen moeten leren hun kennis, vaardigheden en inzichten in nieuwe probleem-situaties te gebruiken. Dit betekent dat deze probleem aanpak continu aandacht verdient in de dagelijkse onderwijspraktijk. Probleemgestuurde lessen zoals hier beschreven, proberen dit vorm te geven en docenten en leerlingen daarbij te ondersteunen. De producten die ontwikkeld en uitgetoetst zijn zullen uiteindelijk gedeeld worden via de website van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren en zo beschikbaar komen voor iedereen.

Oproep

We zijn op zoek naar nieuwe docenten die het aanleren van probleemoplossende vaardigheden belangrijk vinden en tijd kunnen vrijmaken om mee te doen.

Heb je belangstelling, stuur dan een mail naar Heleen van der Ree (h.vanderree@nvww.nl) om je aan te melden en meer informatie te ontvangen. Deelnemers aan dit project krijgen een vergoeding voor deelname en reiskosten worden vergoed.

Over de auteurs

Gerrit Roorda, Peter Kop, Els Franken en Tom Goris zijn lerarenopleiders bij respectievelijk RUG/NHL Stenden, Iclon Leiden, Windesheim Zwolle en Fontys Educatie Tilburg