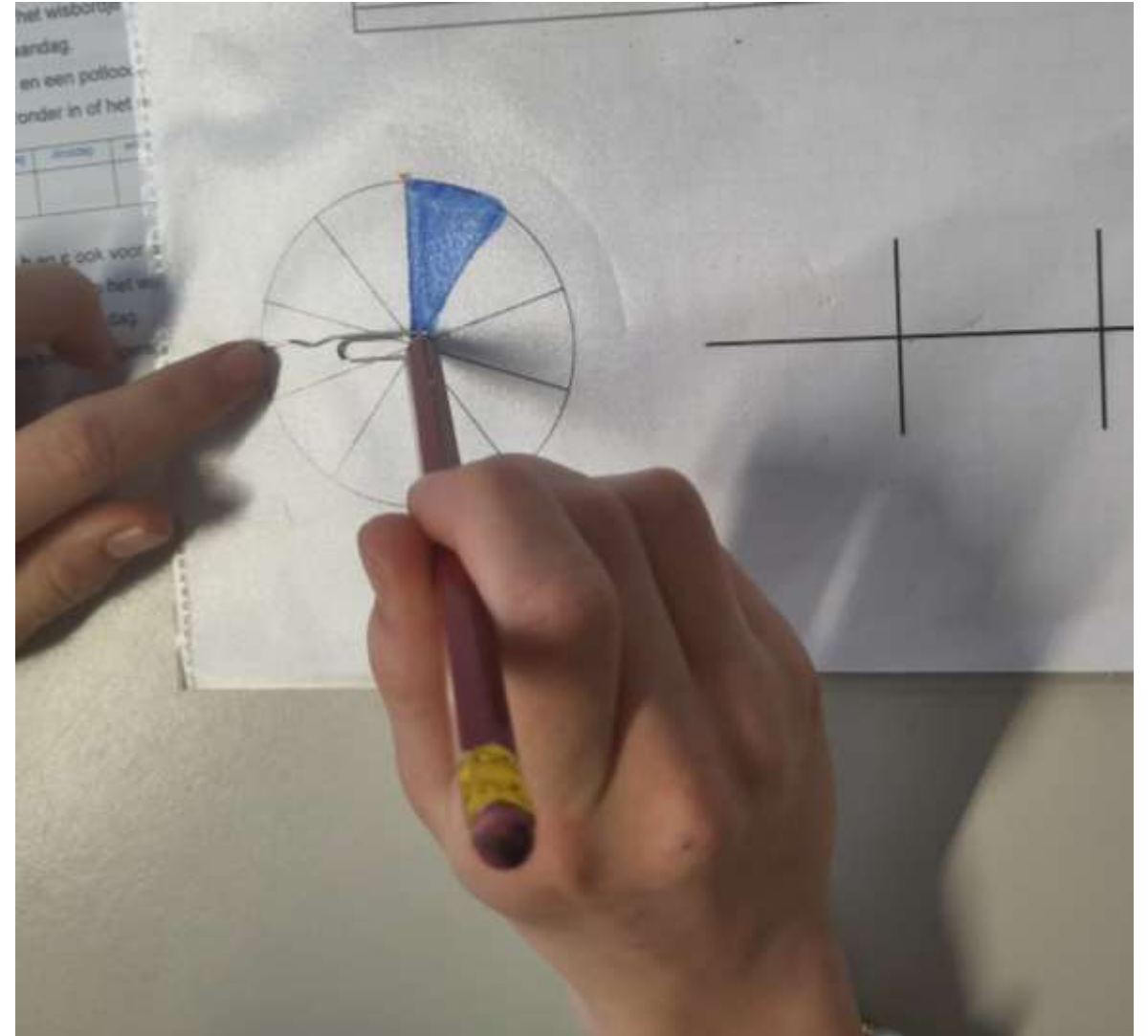


*Kans:
hoe maak je het
relevant en leuk voor
je vmbo-leerlingen?*

Marieke Spijkstra
PhD Kandidaat



Even voorstellen *geen lineair pad*

Marieke Spijkstra
Promovendus



Wiskunde en de wereld

Kerdoel 17 De leerling past wiskunde toe in bekende en nieuwe situaties.

17A De leerling herkent en gebruikt wiskunde in alledaagse, maatschappelijke en beroepsmatige situaties.

Het gaat hierbij om:

- gebruiken van getallen en andere wiskundige concepten in concrete, voor de leerling relevante dagelijkse en beroepsmatige situaties;
- gebruiken van wiskundige instrumenten bij meten en andere praktische handelingen;
- wiskunde gebruiken bij het nemen van beslissingen en het oplossen van problemen;
- herkennen en beschrijven dat met grafische representaties een bepaalde boodschap wordt overgebracht of benadrukt;
- gebruiken en beoordelen van wiskundige informatie uit de samenleving en de media bij het vormen van een mening;
- herkennen en beschrijven hoe wiskunde in allerlei beroepen op uiteenlopende manieren een rol speelt.

Kerdoelen

11B De leerling redeneert en rekt met kansen.

Het gaat hierbij om:

- kansen weergeven als breuk, verhouding, percentage en decimaal getal;
- op basis van kansen inschatten hoe waarschijnlijk het is dat gebeurtenissen plaatsvinden;
- berekenen van verwachtingswaardes.

*Aanvulling
havo-vwo*

De leerling berekent kansen.

Het gaat hierbij om:

- berekenen van kansen met behulp van kansregels en combinatoriek;
- interpreteren van empirische en theoretische kansen.

Voorkennis van de leerlingen

- Aansluiten op de zone van naaste ontwikkeling;
- Waar kunnen we op aansluiten, wat weten ze al?

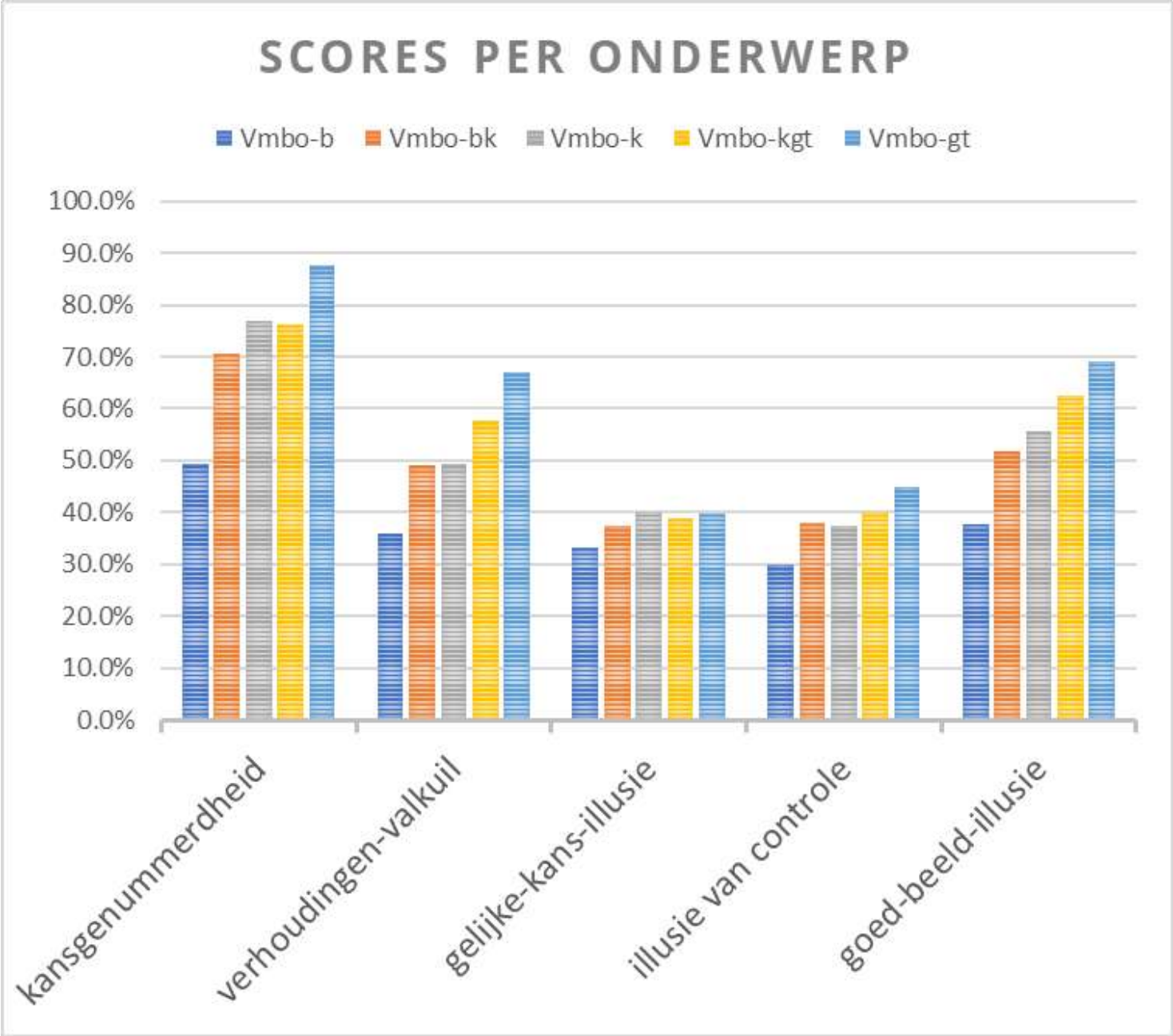
Voorkennis van de leerlingen

Vragenlijst
Schooljaar 2024-2025
7 scholen
430 2^e-klassers

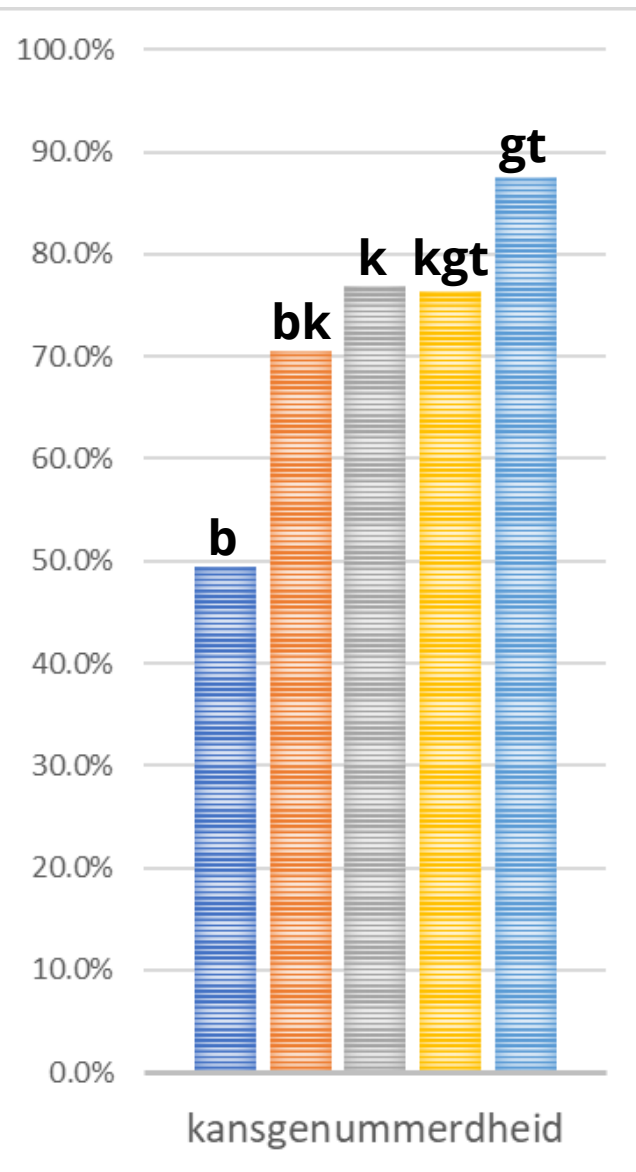


Voorkennis van de leerlingen

Vragenlijst
Schooljaar 2024-2025
7 scholen
430 2^e-klassers



Kansgenummerdheid



1 Je gooit een muntje op.

a Wat is de kans op kop? 0% / 25% / 50% / 100%

b Wat is de kans op munt? $\frac{1}{2}$ / $\frac{1}{4}$ / $\frac{1}{8}$ / 1



8 Er zitten 10 ballen in een ballenbak: 7 blauwe en 3 rode.

Je pakt zonder te kijken een bal. Wat is de kans dat je een blauwe bal pakt? 30% / 50% / 70% / 100%



19 De spinner hiernaast heeft vier even grote sectoren. Wat is

de kans dat je blauw draait? $\frac{1}{2}$ / $\frac{1}{4}$ / $\frac{1}{6}$ / 1



25 Je gooit met een dobbelsteen. Wat is de kans op 3?

1 op 6 / $\frac{1}{3}$ / 50%



Kerdoelen

11B De leerling redeneert en rekt met kansen.

Het gaat hierbij om:

- kansen weergeven als breuk, verhouding, percentage en decimaal getal;
- op basis van kansen inschatten hoe waarschijnlijk het is dat gebeurtenissen plaatsvinden;
- berekenen van verwachtingswaardes.

*Aanvulling
havo-vwo*

De leerling berekent kansen.

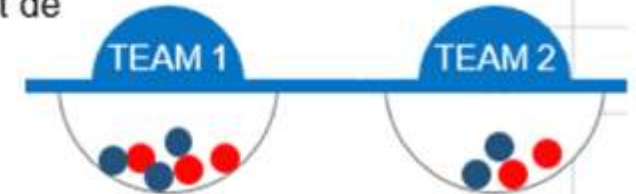
Het gaat hierbij om:

- berekenen van kansen met behulp van kansregels en combinatoriek;
- interpreteren van empirische en theoretische kansen.

Verhoudingen-valkuil

9 Je ziet hiernaast twee ballenbakken. Welk team heeft de beste kans om een blauwe bal te trekken?

TEAM 1 / TEAM 2 / beide gelijke kans



20 Je ziet hiernaast twee spinners. Jij wint als oranje bij de pijl stopt. Welke spinner kies jij?

spinner A / spinner B / maakt niet uit



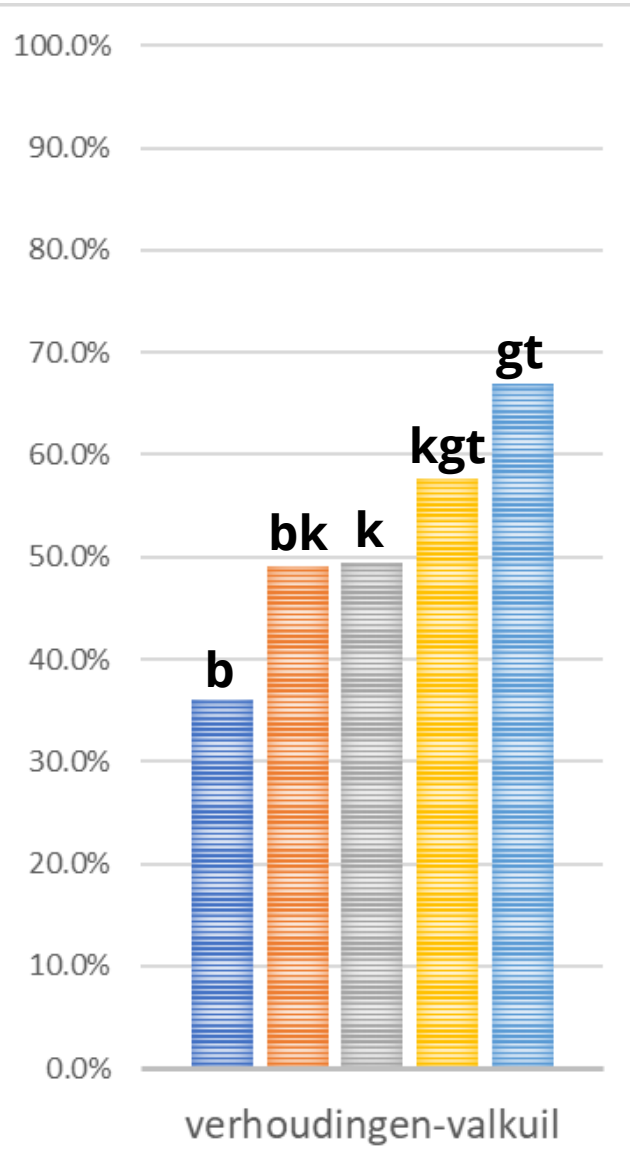
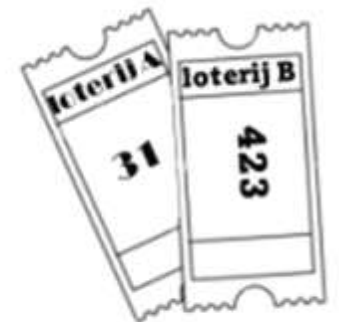
32 Je hebt een lot van loterij A en een lot van loterij B.

Bij loterij A zijn 100 loten verkocht en 5 prijzen te winnen.

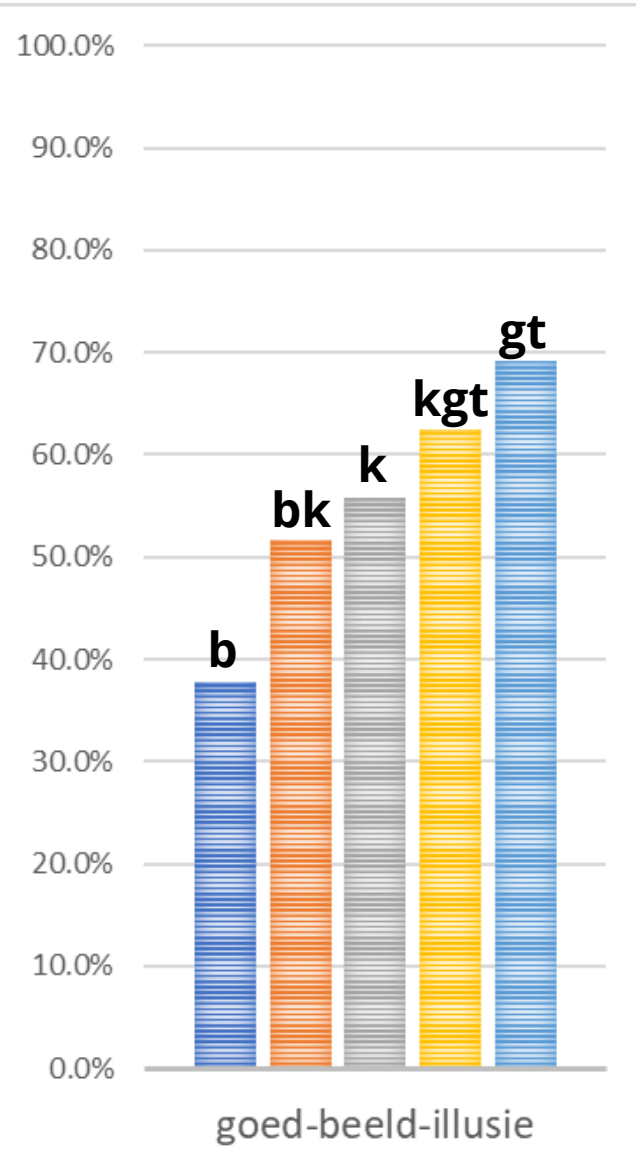
Bij loterij B zijn 500 loten verkocht en 20 prijzen te winnen.

Bij welke loterij is je kans op een prijs het grootst?

loterij A / loterij B / maakt niet uit



Goed-beeld-illusie



2 Je gooit 3 keer een muntje op en krijgt 3 keer kop. Wat is de kans bij de 4^e worp?

*de kans op kop is het grootst /
de kans op munt is het grootst /
de kans op kop of munt is gelijk*



23 Het rad van fortuin is net op de € 100 gestopt. Nu ben jij aan de beurt.

De kans dat jij ook € 100 wint is nu
kleiner / gelijk / groter.



38 Voor een bingo moet je zes getallen kiezen uit 1 tot en met 40.

Jij kiest: 39, 1, 17, 33, 8, 27.

Je vriend kiest: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Wie heeft meer kans om te winnen?

jij / je vriend / beide gelijke kans



Kerdoelen

11B De leerling redeneert en rekt met kansen.

Het gaat hierbij om:

- kansen weergeven als breuk, verhouding, percentage en decimaal getal;
- op basis van kansen inschatten hoe waarschijnlijk het is dat gebeurtenissen plaatsvinden;
- berekenen van verwachtingswaardes.

*Aanvulling
havo-vwo*

De leerling berekent kansen.

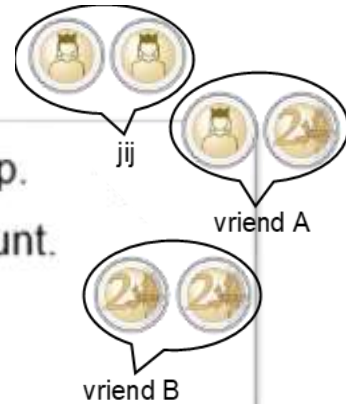
Het gaat hierbij om:

- berekenen van kansen met behulp van kansregels en combinatoriek;
- interpreteren van empirische en theoretische kansen.

Gelijke-kans-illusie

5 Je speelt een spel met twee vrienden. Jullie gooien twee muntjes op. Jij kiest kop-kop, vriend A kiest kop-munt en vriend B kiest munt-munt. Wie heeft de meeste kans om te winnen?

jij / vriend A / vriend B / alle drie gelijk

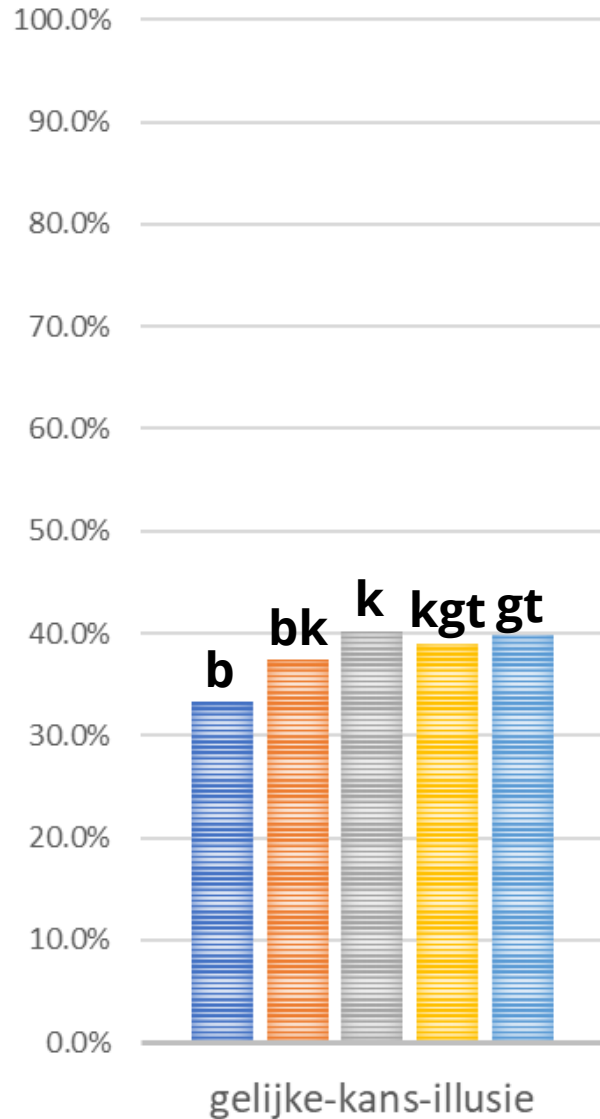
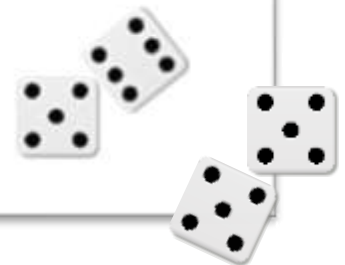


28 Je kunt kiezen uit twee dobbelstenen: een gewone en een 12-vlaks-dobbelsteen. Als je een 6 gooit win je een prijs. Welke dobbelsteen kies je? *de gewone / de 12-vlaks / het maakt niet uit*



29 Je gooit met twee dobbelstenen. Waar heb je meer kans op?

de kans op 5 en 6 / de kans op 5 en 5 / beide gelijke kans



Illusie van controle

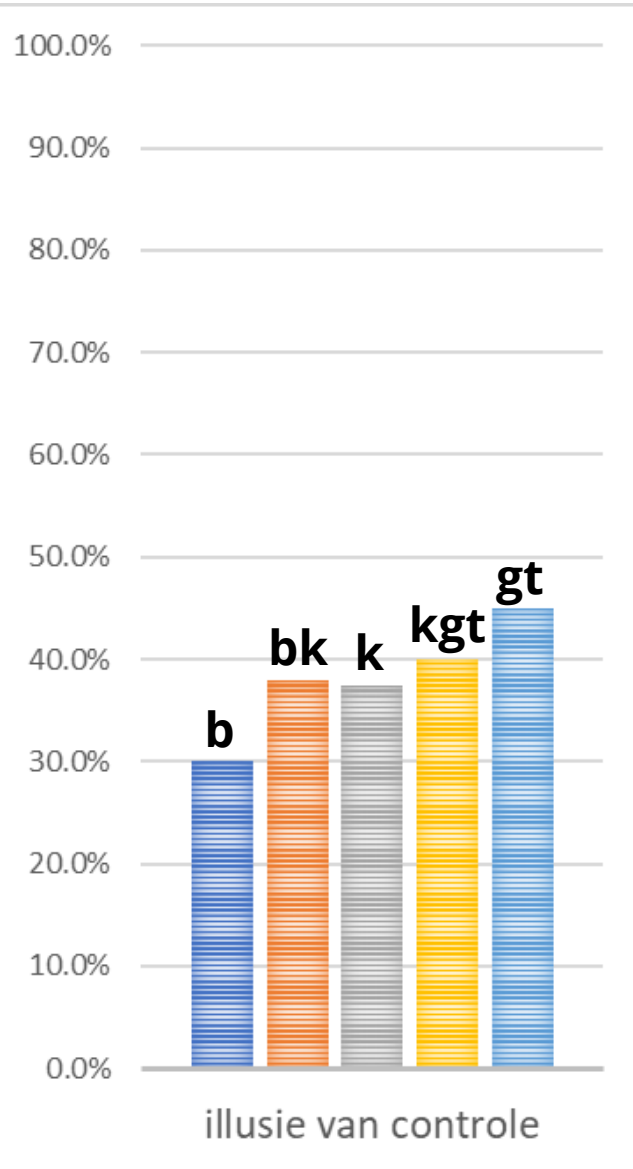
22 Je doet mee aan het rad van fortuin. Je mag kiezen of je zelf draait of dat de quiz-master draait. Wat kies je?

zelf / quiz-master / maakt niet uit



26 Jij en je vriend spelen een spel met een dobbelsteen. Als de 6 valt, heb jij gewonnen. Je moet kiezen wie de dobbelsteen gaat gooien: jij of je vriend. Wie kies je?

je gooit zelf / je laat je vriend gooien / het maakt niet uit wie gooit



Illusie van controle

- 8,5% van de 12- tot 16-jarige vmbo-leerlingen had in 2023 wel eens online gegokt voor geld;
- Jongens gokken zes keer zo vaak als meiden;
- Online sportweddensenschappen zijn het meest populair.^[1]

Kerdoelen

11B De leerling redeneert en rekt met kansen.

Het gaat hierbij om:

- kansen weergeven als breuk, verhouding, percentage en decimaal getal;
- op basis van kansen inschatten hoe waarschijnlijk het is dat gebeurtenissen plaatsvinden;
- berekenen van verwachtingswaardes.

*Aanvulling
havo-vwo*

De leerling berekent kansen.

Het gaat hierbij om:

- berekenen van kansen met behulp van kansregels en combinatoriek;
- interpreteren van empirische en theoretische kansen.

Berekenen van verwachtingswaardes

De verwachtingswaarde van een toevalsvariabele is de waarde die deze toevalsvariabele 'gemiddeld genomen' zal aannemen. Dit gemiddelde is het gewogen gemiddelde van alle mogelijke uitkomsten met als gewichtsfactor de kans dat een bepaalde waarde zich voordoet.

Bereken de verwachtingswaarde van het gooien met een dobbelsteen.

1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 5 + \frac{1}{6} \times 6 = 3,5$$

De lessenserie voor vmbo-2k

Drie manieren om kans te onderwijzen:

- Definitie van LaPlace;
- Frequentie bepalen;
- Vanuit het nemen van beslissingen in herkenbare contexten waarin kans en risico een rol spelen.

De lessenserie – Les 1

Leerdoel:

Je leert hoe je de kans op een toevallige gebeurtenis uitdrukt met woorden en met percentages.

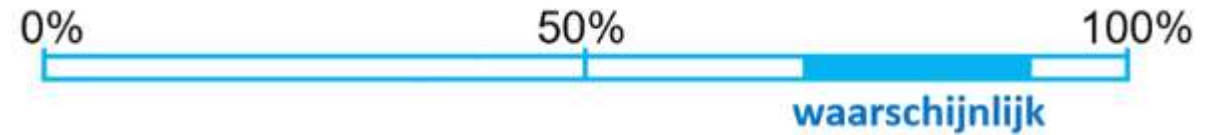
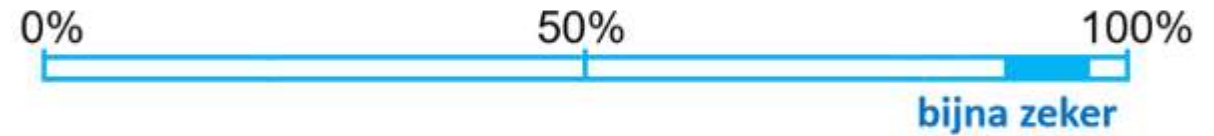
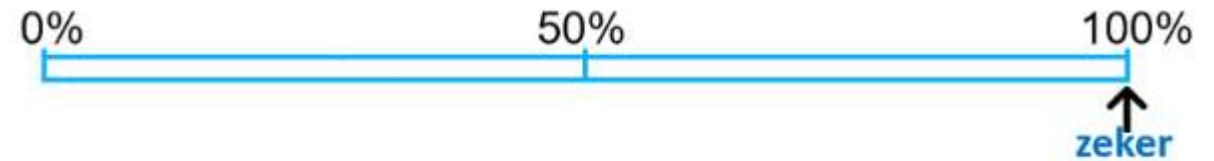


De lessenserie – Les 1

Leerdoel:

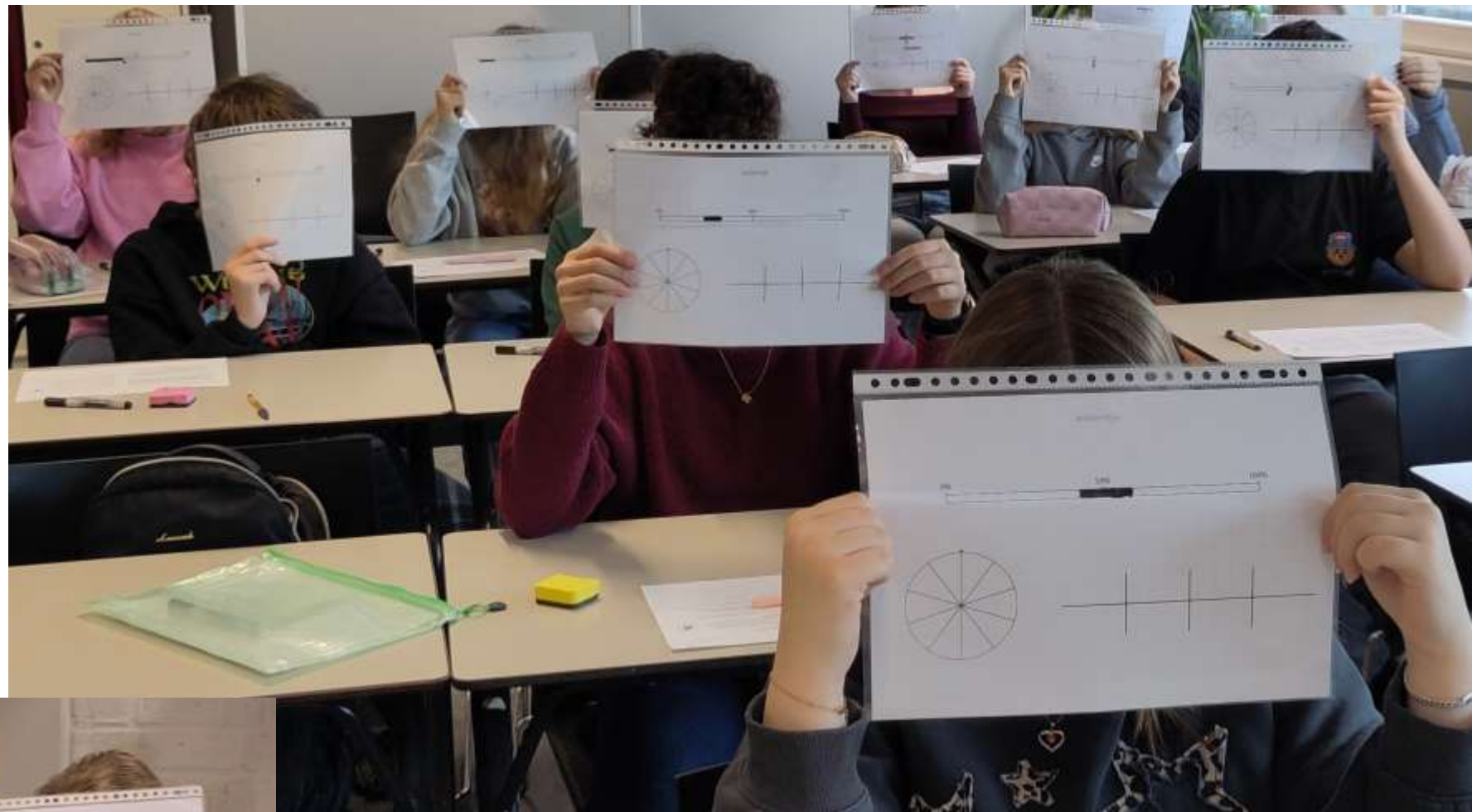
Je leert hoe je de kans op een toevallige gebeurtenis uitdrukt met woorden en met percentages.

Kanswoorden weergeven op de kans-strook



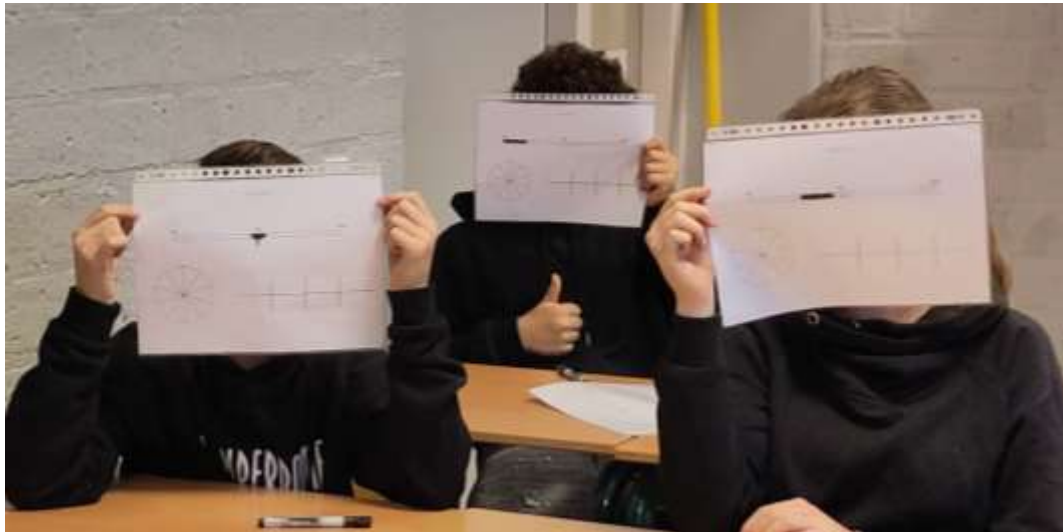
Van kanswoorden naar percentages

Opdracht: Geef 'misschien'
aan op de kansstrook op je
wisbordje.



Van kanswoorden naar percentages

Opdracht: Geef 'misschien'
aan op de kansstrook op je
wisbordje.



De lessenserie – Les 2

Leerdoel:

Je leert wat toeval is en hoe
je een spinner kunt
gebruiken om kans weer te
geven en te
experimenteren.

De lessenserie – Les 2

Leerdoel:

Je leert wat toeval is en hoe je een spinner kunt gebruiken om kans weer te geven en te experimenteren.

Patroon of toeval?

Welke kleur krijg je als je de spinner steeds een kwartslag draait?

Patroon: GBBPGBBP?

Voorspel de volgende kleur.

Welke kleur krijg je als je de spinner *willekeurig* draait?

Toeval GB?

Voorspel de volgende kleur.

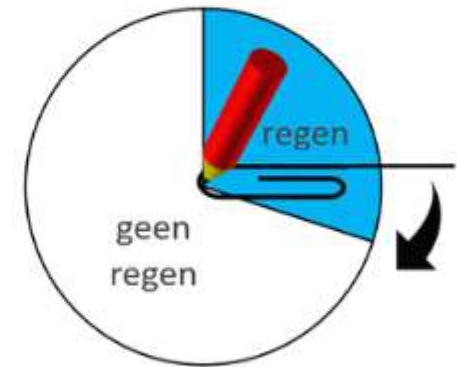
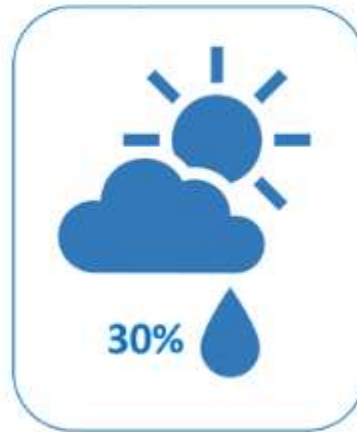


De lessenserie – Les 2

Leerdoel:

Je leert wat toeval is en hoe je een spinner kunt gebruiken om kans weer te geven en te experimenteren.

Een experiment uitvoeren



De lessenserie – Les 2

15 Wisbordje

Je ziet hieronder een weersvoorspelling.

maandag dinsdag woensdag donderdag vrijdag

Op welke dagen neem jij een paraplu?

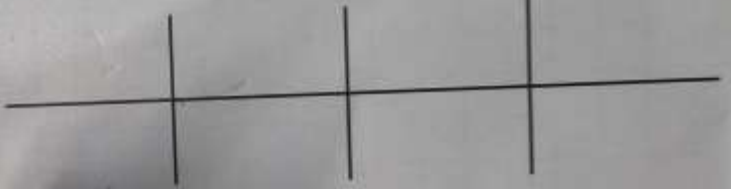
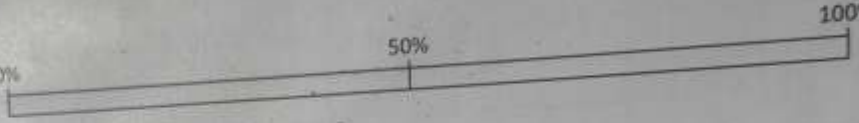
Dag	maandag	dinsdag	woensdag	donderdag	vrijdag
Paraplu	nee	ja	ja		

b. Kleur de spinner op het wisbordje voor de voorspelling van maandag.

c. Neem de papertop en een potlood. Vul in de tabel hieronder in of het

0% 50% 100%

wisbordje



Leerdoel:

Je leert wat toeval is en hoe je een spinner kunt gebruiken om kans weer te geven en te experimenteren.

De lessenserie – Les 3

Leerdoel:

Je leert hoe je risico's
meeweegt bij beslissingen
en hoe je een
experimentele kans
bepaalt.

De lessenserie – Les 3

18 Je speelt een voetbalwedstrijd en er moet een penalty worden genomen. Als jij de penalty neemt is de kans 90% dat je raak schiet. De kans dat je mis schiet is 10%. Neem jij dit risico? Of geef je de bal aan een teamgenoot? Leg je antwoord uit.

.....

.....

.....

Leerdoel:

Je leert hoe je risico's
meeweegt bij beslissingen
en hoe je een
experimentele kans
bepaalt.

De lessenserie – Les 3

18 Je speelt
genomen
schiet. D
geef je d

.....
.....
.....

Leerdoel:
Je leert hoe je risico's
meeweegt bij beslissingen
en hoe je een
experimentele kans
bepaalt.

20 Wisbordje

Je speelt je favoriete online game en hebt
genoeg coins gespaard om een speciale
lootbox te kopen. Je kunt kiezen uit:



- A:** een kans van 70% op een gewone skin, waarmee je de
kleur van de outfit van jouw personage aanpast. Deze skin
geeft geen extra power of voordelen in de game.
- B:** een kans van 20% op een zeldzaam en krachtig legendary
weapon. Als dit wapen niet in de lootbox zit, ben je al je
coins kwijt.

- a** Welke lootbox kies jij? **A / B** , want
-
-
- b** Kleur de spinner op het wisbordje in, zodat hij past bij jouw
keuze en doe het experiment. Heb je gewonnen of
verloren?
- c** Als je nog een keer deze lootbox kunt kopen, maak je dan
dezelfde keuze ? **Ja / nee** , want
-
-

De lessenserie – Les 3

Leerdoel:

Je leert hoe je risico's meeweegt bij beslissingen en hoe je een experimentele kans bepaalt.

Hoe weten we de kans?

Kans op scheiding bij ouders met minderjarige kinderen is 50%

- Tel hoeveel mensen getrouwd zijn.
- Tel hoeveel mensen met kleine kinderen gaan scheiden.
- Dit bepaalt de kans op een scheiding.
- We noemen dit:

experimentele kans

De lessenserie – Les 3

Leerdoel:

Je leert hoe je risico's meeweegt bij beslissingen en hoe je een experimentele kans bepaalt.

24 Je gaat een experiment uitvoeren met gekleurde fiches. Neem het zakje uit de hoes. KIJK NIET in het zakje! Schud het zakje goed.

- a** Neem zonder te kijken een fiche uit het zakje en zet een turfje achter de kleur van de fiche in de tabel.

<i>kleur van de fiche</i>	<i>turfjes</i>	<i>aantal</i>
blauw		van de 10
geel		van de 10
rood		van de 10

- b** Stop de fiche terug in het zakje en schud goed.
- c** Trek op dezelfde manier nog 9 keer een fiche. Zet steeds een turfje achter de juiste kleur in de tabel en stop de fiche daarna terug.
- d** Vul in de kolom 'aantal' het aantal turfjes in.
- e** Er zitten in totaal 24 fiches in het zakje. Voorspel het aantal fiches in het zakje:
- Ik voorspel dat er blauwe fiches in het zakje zitten.
- Ik voorspel dat er gele fiches in het zakje zitten.
- Ik voorspel dat er rode fiches in het zakje zitten.



De lessenserie – Les 4

Leerdoel:

Je leert dat je een kans kunt weergeven met een verhouding en hoe je over de verhoudingen-valkuil heen springt.

De lessenserie – Les 4

Leerdoel:
Je leert dat je een kans kunt weergeven met een verhouding en hoe je over de verhoudingen-valkuil heen springt.

Verhoudingen vergelijken



1 superkaart, 2 gewone

2 superkaarten, 5 gewone

Welke geeft je de beste kans op een superkaart?

as	1	7
tok	3	21
	$\frac{1}{3}$	

as	2	6
tok	2	21
	$\frac{1}{3}$	

De lessenserie – Les 4

Leerdoel:

Je leert dat je een kans kunt weergeven met een verhouding en hoe je over de verhoudingen-valkuil heen springt.

Kans als verhouding

Aan welke loterij doe je liever mee?



De lessenserie – Les 4

Leerdoel:
Je leert dat je een kans kunt weergeven met een verhouding en hoe je over de verhoudingen-valkuil heen springt.

Kans als verhouding

Aan welke loterij doe je liever mee?

Doe mee aan deze loterij!

Kans op een prijs:

1 op de 100

Doe mee aan deze loterij!

Kans op een prijs:

10 000 op een miljoen

Doe mee aan deze loterij!

Kans op een prijs:

1%



Prijs	10 000	1
Totaal	1 000 000	100

: 10 000

: 10 000



De lessenserie – Les 5

Leerdoel:

Je leert hoe je de
theoretische kans
weergeeft als breuk en wat
de gelijke-kans-illusie is.

De lessenserie – Les 5

Leerdoel:

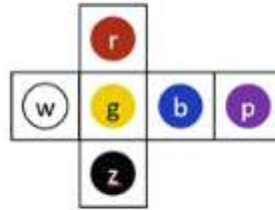
Je leert hoe je de theoretische kans weergeeft als breuk en wat de gelijke-kans-illusie is.

Theoretische kans



Wat is de theoretische kans op blauw?

$$\text{theoretische kans} = \frac{\text{aantal gewenste uitkomsten}}{\text{totaal aantal mogelijke uitkomsten}}$$



aantal gewenste uitkomsten = 1

totaal aantal mogelijke uitkomsten = 6

$$\text{theoretische kans} = \frac{1}{6}$$

De lessenserie – Les 5

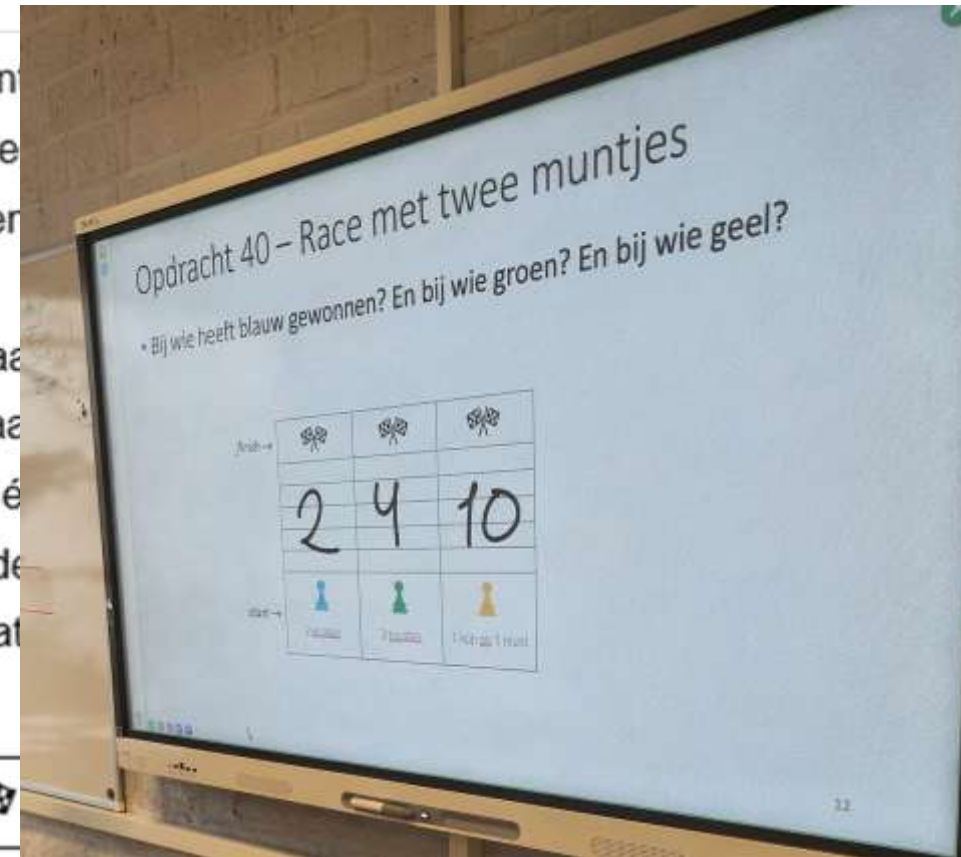
Leerdoel:

Je leert hoe je de
theoretische kans
weergeeft als breuk en wat
de gelijke-kans-illusie is.

- 40** Spel: Race met twee muntjes
- Flip de twee muntjes tegelijk.
 - Zet één van de pionnen op het vakje dat overeenkomt met het vakje te zetten:
 - De blauwe pion gaat op het vakje met de 1.
 - De groene pion gaat op het vakje met de 2.
 - De gele pion gaat op het vakje met de 3.
 - De pion die het eerst de finish bereikt, wint.
- a** Welke pion denk je dat het eerst de finish bereikt?
- b** Speel het spel.

finish →			
start →	 2 <u>koppen</u>	 2 <u>munt</u>	 1 kop en 1 <u>munt</u>

- c Welke pion heeft gewonnen? *blauw / groen / geel*



Kerdoelen

11B De leerling redeneert en rekt met kansen.

Het gaat hierbij om:

- kansen weergeven als breuk, verhouding, percentage en decimaal getal;
- op basis van kansen inschatten hoe waarschijnlijk het is dat gebeurtenissen plaatsvinden;
- berekenen van verwachtingswaardes.

*Aanvulling
havo-vwo*

De leerling berekent kansen.

Het gaat hierbij om:

- berekenen van kansen met behulp van kansregels en combinatoriek;
- interpreteren van empirische en theoretische kansen.

Berekenen van verwachte waarde

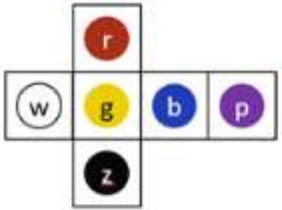
De verwachte waarde van een kansexperiment is de 'eerlijke uitkomst'. Heb je minder dan de verwachte waarde, dan heb je pech. Heb je meer dan de verwachte waarde, dan heb je geluk.

Theoretische kans – wat heb je eraan? – wisbordje



theoretische kans op blauw = $\frac{1}{6}$

Hoe vaak verwacht je blauw als je 100x dobbelt? 



100x dobbelen $\rightarrow \frac{1}{6} \times 100 \approx 17x$ blauw

14x, 15x, 16x, 18x, 19x, 20x $\rightarrow$ ook waarschijnlijk

0x, 1x, 99x, 100x $\rightarrow$ onwaarschijnlijk

Berekenen van verwachte waarde

De verwachte waarde van een kansexperiment is de 'eerlijke uitkomst'. Heb je minder dan de verwachte waarde, dan heb je pech. Heb je meer dan de verwachte waarde, dan heb je geluk.

16 Wisbordje

Je doet mee aan een loterij. Op 80% van de loten valt een kleine prijs.

a Kleur de spinner op het wisbordje in, zodat hij past bij deze situatie.

b Je koopt 20 loten. Doe een voorspelling:

Ik denk dat ik prijzen ga winnen.

Hoe heb je dit aantal bepaald?

c Neem de paperclip en een potlood en doe het experiment 20 keer. Turf wanneer je een prijs wint: .

d Kwam je voorspelling van opdracht **b** uit? *ja / nee*

Berekenen van verwachte waarde

De verwachte waarde van een kansexperiment is de 'eerlijke uitkomst'. Heb je minder dan de verwachte waarde, dan heb je pech. Heb je meer dan de verwachte waarde, dan heb je geluk.

16 Wisbordje

Je doet mee aan een loterij. Op 80% van de loten valt een kleine prijs.

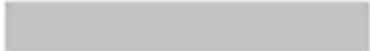
a Kleur de spinner op het wisbordje in, zodat hij past bij deze situatie.

b Je koopt 20 loten. Doe een voorspelling:

Ik denk dat ik  prijzen ga winnen.

Hoe heb je dit aantal bepaald?



c Neem de paperclip en een potlood en doe het experiment 20 keer. Turf wanneer je een prijs wint: .

d Kwam je voorspelling van opdracht **b** uit? *ja / nee*

Berekenen van verwachte waarde

De verwachte waarde van een kansexperiment is de 'eerlijke uitkomst'. Heb je minder dan de verwachte waarde, dan heb je pech. Heb je meer dan de verwachte waarde, dan heb je geluk.

16 Wisbordje

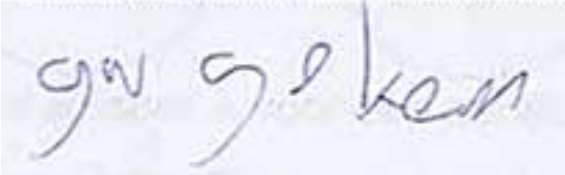
Je doet mee aan een loterij. Op 80% van de loten valt een kleine prijs.

a Kleur de spinner op het wisbordje in, zodat hij past bij deze situatie.

b Je koopt 20 loten. Doe een voorspelling:

Ik denk dat ik prijzen ga winnen.

Hoe heb je dit aantal bepaald?

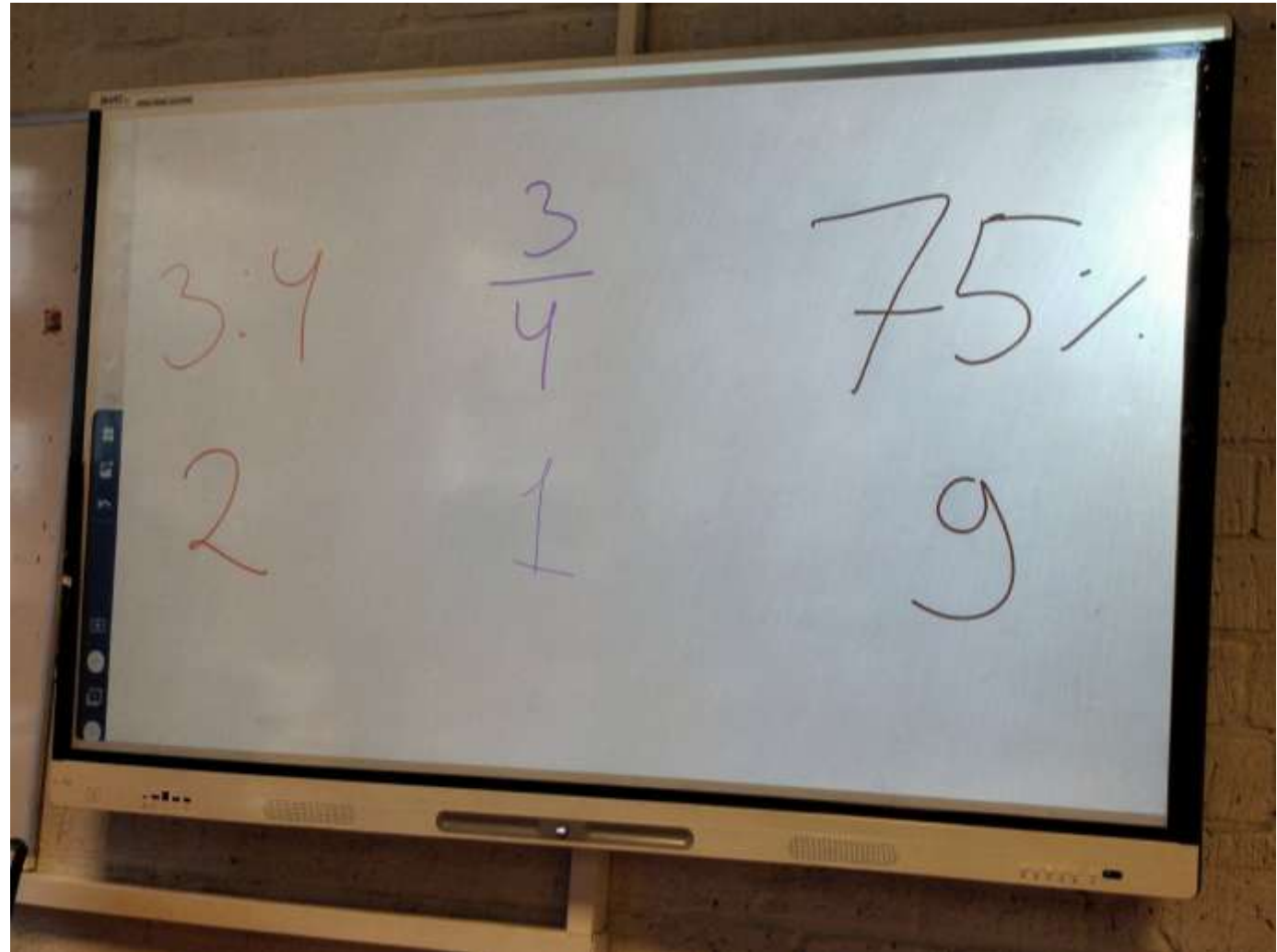


gw geken

c Neem de paperclip en een potlood en doe het experiment 20 keer. Turf wanneer je een prijs wint:

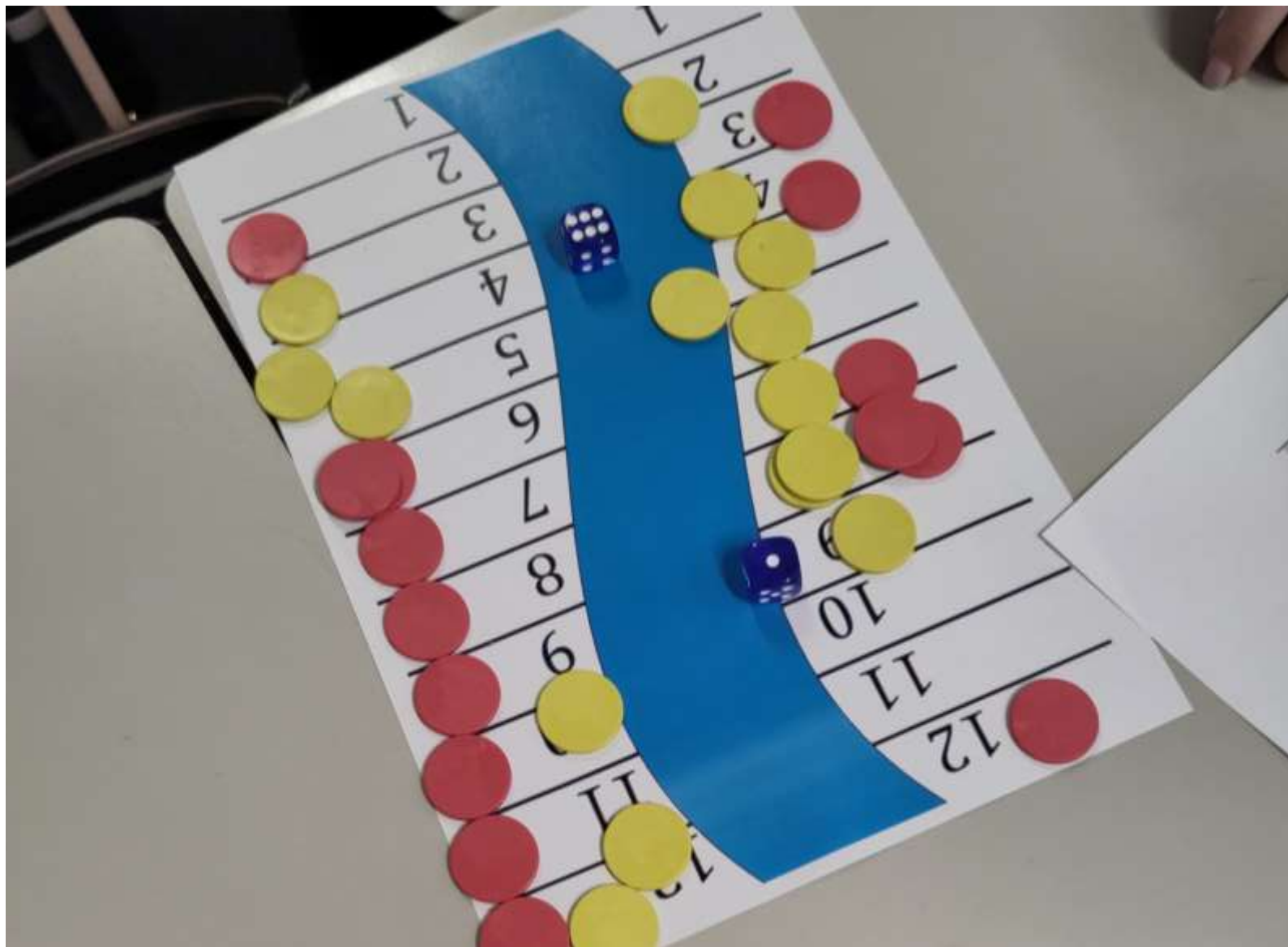
d Kwam je voorspelling van opdracht **b** uit? *ja / nee*

Wat gebruik jij? Wat heeft jouw voorkeur? Kans als verhouding, als breuk of als percentage?



Vervolg van mijn onderzoek

- Verbeterde lessenserie uitproberen: ik zoek nog docenten!
 - Tussen mei- en zomervakantie 25/26 óf
 - Tussen zomer- en herfstvakantie 26/27
- Lessenserie in klas 3 op basis van eindtermen (met dezelfde leerlingen als in klas 2).



Bedankt!

m.spijkstra@uu.nl



**Universiteit
Utrecht**

Sharing science,
shaping tomorrow