



Utrecht University



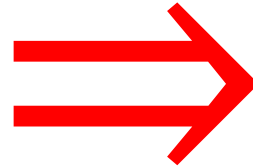
Freudenthal Institute

Didactiek in de wolken



NVvW studiedag, 1 november 2025

Paul Drijvers





Rode draad



- 1. Aanleiding**
- 2. Inhoud en hoofdstukopbouw**
- 3. Overkoepelende boodschap**
- 4. Didactische wolken**
- 5. Wolken maken**

Aanleiding

- **Handboek (2012) minder actueel**
- **Hoofdstukken vrij lang**
- **Coherentie / samenhang kan beter**

Dus:

- **“Update”**
- **“Gekanteld” model**





Mijn grote dank gaat dan ook uit naar Arthur Bakker, Theo van den Bogaart, Rogier Bos, Kevin de Bruijn en zijn collega's, Sharon Calor en haar studenten, Wim Caspers, Joke Daemen, Jeanine Daems, Michiel Doorman, Harrie Eijkelhof, Koeno Gravemeijer, Dédé de Haan, André Heck, Willem Hoekstra, Marloes van Hoeve, Egbert-jan Jonker, Gert de Kleuver, Hanneke Kodde-Buitenhuis, Trudy van der Kolk, Peter Kop, Peter Lanser, Filip Moons, Sonia Palha, Gerrit Roorda, Kelly Schedin, Corwin van Schendel, Alexander Schüler-Meyer, Jeroen Spandaw, Marieke Spijkstra, Irene van Stiphout, Kees Temme, Mark Timmer, An Vanfroyenhoven en Bert Zwaneveld. De uitgeverijen Boom, Malmberg, Noordhoff en de Wageningse Methode dank ik voor het leveren van de illustraties uit schoolboeken, net als Peter Boon voor de schermafdrucken van Numworx. Dank ook aan Epsilon en haar redactie voor de steun bij het totstandkomen en uitgeven van het boek. Nathalie Kuijpers was weer een grote steun bij het drukklaar maken van het manuscript.



Mijn grote dank gaat dan ook uit naar Arthur Bakker, Theo van der Bruijn en zijn collega's, Sharon Calor en haar studenten, Wim Casper, Michiel Doorman, Harrie Eijkelhof, Koeno Gravemeijer, Dédé de Marloes van Hoeve, Egbert-Jan Jonker, Gert de Kleuver, Hanneke Kolk, Peter Kop, Peter Lanser, Filip Moons, Sonia Palha, Gerrit Roelands, Schendel, Alexander Schüler-Meyer, Jeroen Spandaw, Marieke Smeets, Temme, Mark Timmer, An Vanfroyenhoven en Bert Zwaneveld. Dank aan Noordhoff en de Wageningse Methode dank ik voor het leveren van het papier net als Peter Boon voor de schermafdrukken van Numworx. Dank aan voor de steun bij het totstandkomen en uitgeven van het boek. Dank aan voor de grote steun bij het drukklaar maken van het manuscript.



Rode draad



- 1. Aanleiding**
- 2. Inhoud en hoofdstukopbouw**
- 3. Overkoepelende boodschap**
- 4. Didactische wolken**
- 5. Wolken maken**



Rode draad



- 1. Aanleiding**
- 2. Inhoud en hoofdstukopbouw**
- 3. Overkoepelende boodschap**
- 4. Didactische wolken**
- 5. Wolken maken**



Fundamenten

Didactische thema's

**Domeinspecifieke
didactieken**

Inleiding	3
Deel 1: Fundamenten van wiskundendidactiek	7
1 Wiskunde: Wat en waarom?	9
2 Een theoretische basis van wiskundendidactiek.....	27
Deel 2: Thema's in wiskundendidactiek	53
3 Realistisch wiskundeonderwijs	55
4 Basisvaardigheden en meer	79
5 Wiskundige denkactiviteiten en probleemoplossen	97
6 Modelleren en abstraheren	121
7 Wiskunde met digitaal gereedschap	141
8 Toetsen van wiskunde.....	167
Deel 3: Domeinspecifieke didactieken	191
9 Variabelen	193
10 Vergelijkingen.....	213
11 Formules	231
12 Functies	255
13 Afgeleide functies.....	275
14 Statistische geletterdheid.....	297
15 Kansrekening	321
16 Klassieke meetkunde.....	341
17 Analytische meetkunde	365
Epiloog.....	385
Dankwoord	389
Index	390
Geraadpleegde schoolmethodes.....	395

Inhoudsopgave

9 Variabelen

Twee voorbeelden

Wat is een variabele?

Wat is moeilijk aan variabelen?

Verschillende rollen van variabelen

Beelden van het variabelebegrip

Op weg naar variabelen

Een leerlijn voor variabelen in de onderbouw

Een leerlijn voor variabelen in de bovenbouw

Praktijktips

Om zelf te doen

Referenties



Rode draad



- 1. Aanleiding**
- 2. Inhoud en hoofdstukopbouw**
- 3. Overkoepelende boodschap**
- 4. Didactische wolken**
- 5. Wolken maken**



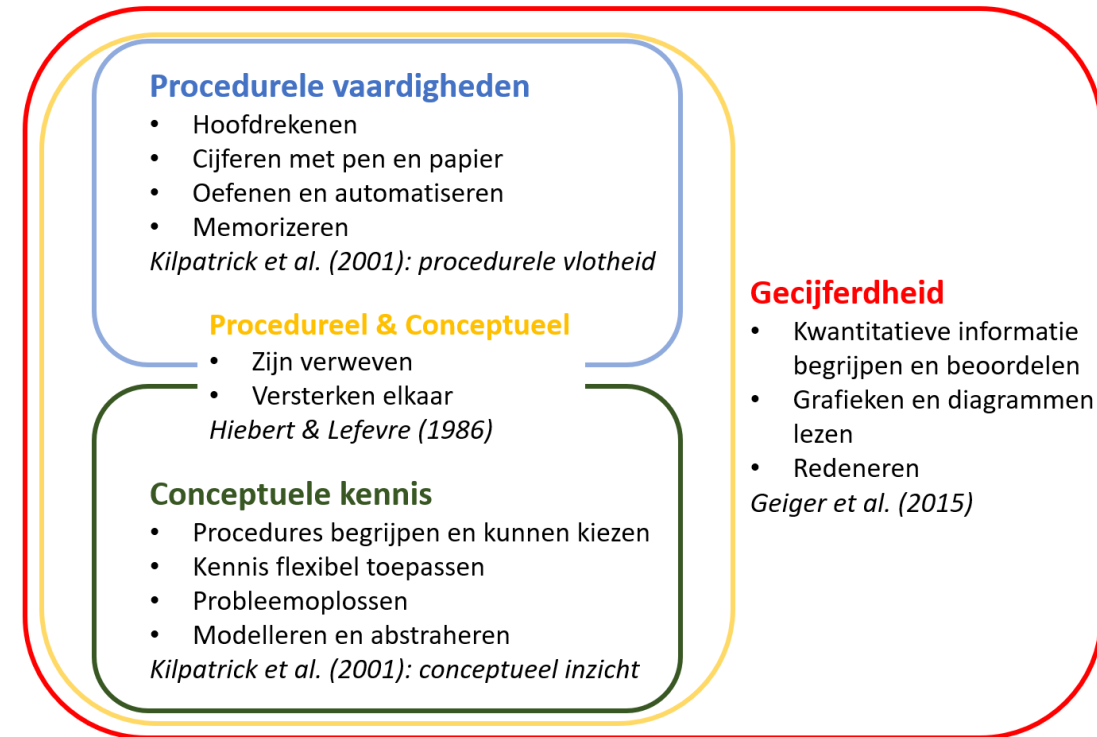
Rode draad

1. Aanleiding
2. Inhoud en hoofdstukopbouw
3. Overkoepelende boodschap
4. Didactische wolken
5. Wolken maken



Overkoepelende boodschap

- **Wiskundekennis is een samenhangend geheel van betekenisvolle beelden, grondvoorstellingen, schema's, technieken, toepassingen,...**
- **Verwevenheid procedurele vaardigheid – conceptuele kennis tbv functioneren**
- **Wiskundedidactiek vraagt om wiskundige kennis**
- **Theorie werkt voor ons!**



Verwevenheid procedureel – conceptueel – gecijferdheid

Procedurele vaardigheden

- Hoofdrekenen
- Cijferen met pen en papier
- Oefenen en automatiseren
- Memorizeren

Kilpatrick et al. (2001): procedurele vlotheid

Procedureel & Conceptueel

- Zijn verweven
- Versterken elkaar

Hiebert & Lefevre (1986)

Conceptuele kennis

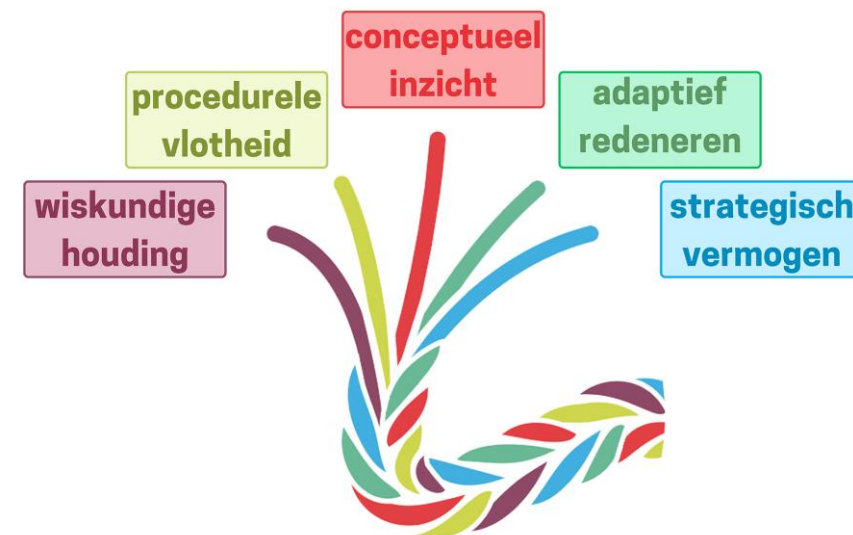
- Procedures begrijpen en kunnen kiezen
- Kennis flexibel toepassen
- Probleemoplossen
- Modelleren en abstraheren

Kilpatrick et al. (2001): conceptueel inzicht

Gecijferdheid

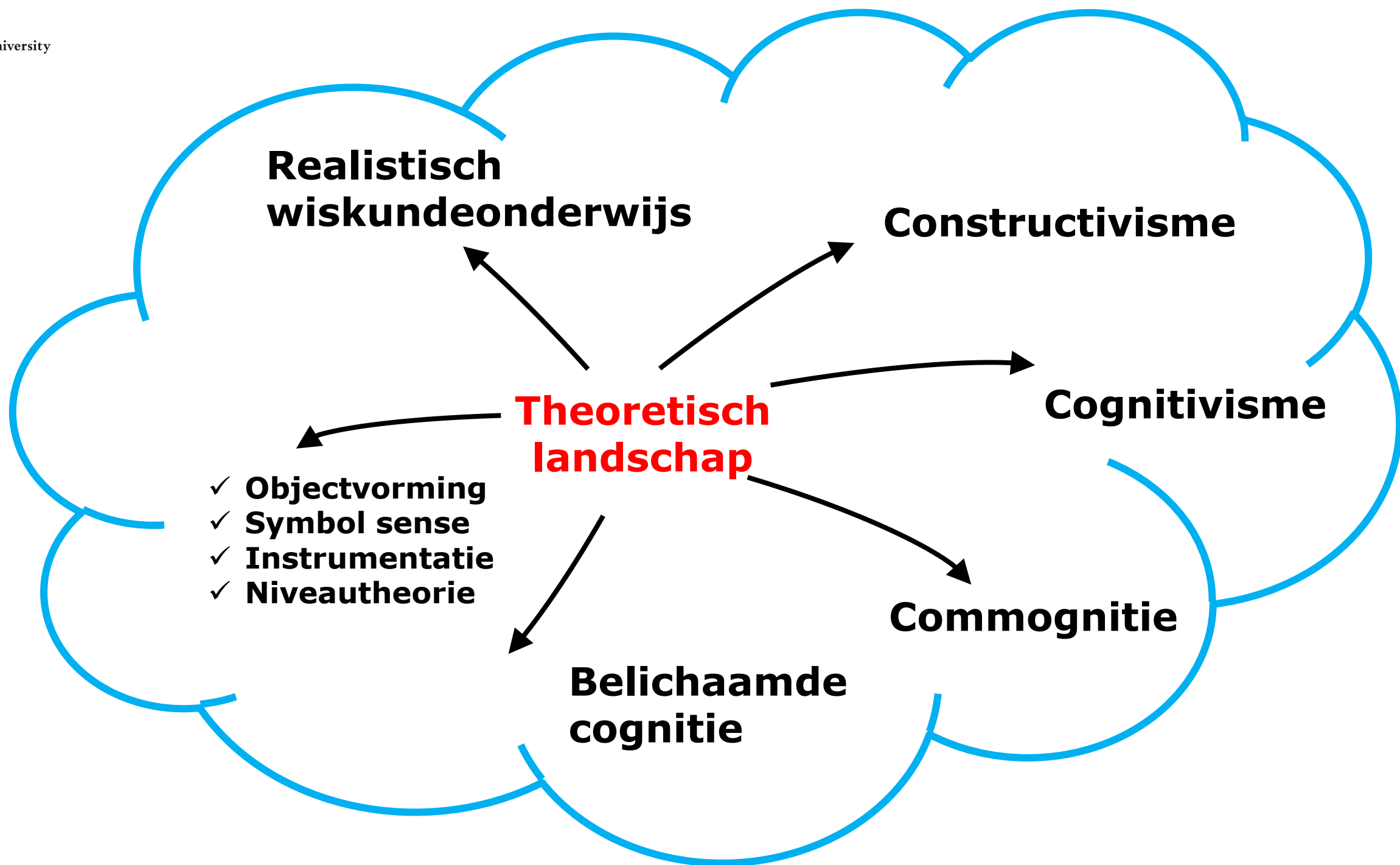
- Kwantitatieve informatie begrijpen en beoordelen
- Grafieken en diagrammen lezen
- Redeneren

Geiger et al. (2015)





Theorie werkt voor ons





Rode draad

1. Aanleiding
2. Inhoud en hoofdstukopbouw
3. Overkoepelende boodschap
4. Didactische wolken
5. Wolken maken





Rode draad

1. Aanleiding
2. Inhoud en hoofdstukopbouw
3. Overkoepelende boodschap
4. Didactische wolken
5. Wolken maken





Didactische wolken (1)

Beelden die leerlingen hebben

- **Tall & Vinner 1981: concept beeld en concept definitie zijn niet hetzelfde**



Didactische wolken (2)

**Grondvoorstellingen voor leerlingen,
inclusief technieken en toepassingen**

- **Schüler-Meyer & Van der Wal, 2024:
basale beelden die de betekenis van
een wiskundig concept voor leerlingen
uitdrukken**



Didactische wolken (3)

Kennisgrafen / mindmaps voor leerlingen

- **Zwaneveld, 1999: manier om kennis in kaart te brengen**



Didactische wolken (4)

Objecten en processen

- **Sfard, 1991: De overgang van proces naar object is cruciaal in wiskundige conceptvorming**

Didactische wolken (5)

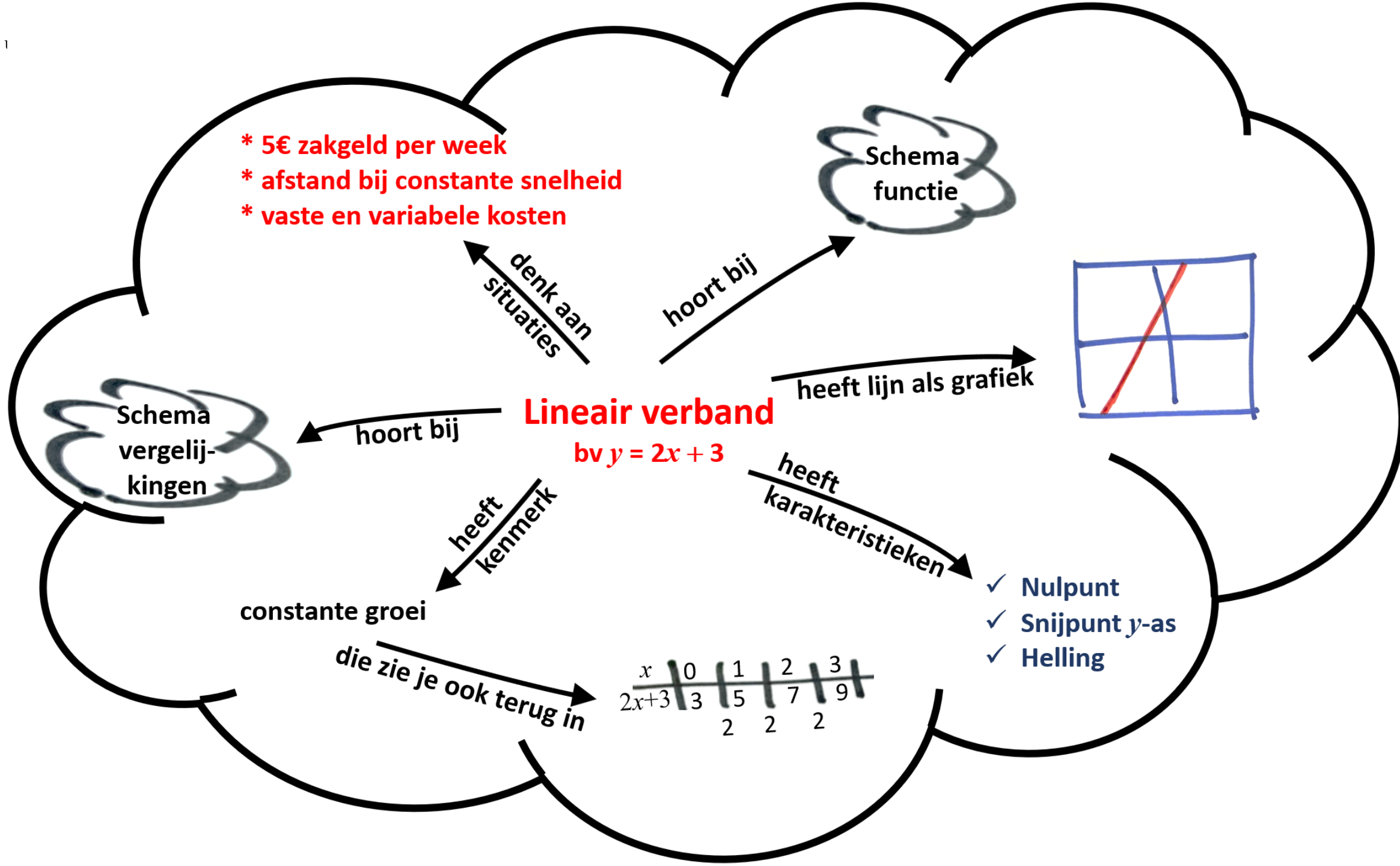
(Cognitieve) schemas

- **Vergnaud (2009): Een invariante organisatie van activiteit / gedrag in een bepaalde klasse van situaties**
- **Zie ook Van Streun, 2012**



Didactische wolken aanpak

Zonder al te veel theoretische scrupules heb ik al deze ideeën op een hoop gegooid en gebruikt om 'wolken' te maken die bij wiskundige concepten de beoogde beelden / toepassingen / schemas / technieken en hun relaties in beeld te brengen om een overzicht te krijgen van de beoogde betekenis, kennis en vaardigheden voor leerlingen.





Rode draad

1. Aanleiding
2. Inhoud en hoofdstukopbouw
3. Overkoepelende boodschap
4. Didactische wolken
5. Wolken maken





Rode draad

1. Aanleiding
2. Inhoud en hoofdstukopbouw
3. Overkoepelende boodschap
4. Didactische wolken
5. Wolken maken





**Kies in drietallen een wiskundig
onderwerp / begrip.
Neem een leerling (leeftijd /
schooltype) in gedachten.
Maak daarvoor een didactische
wolk.**



- **Even langslopen**
- **Werkt dit?**



Utrecht University



Freudenthal Institute

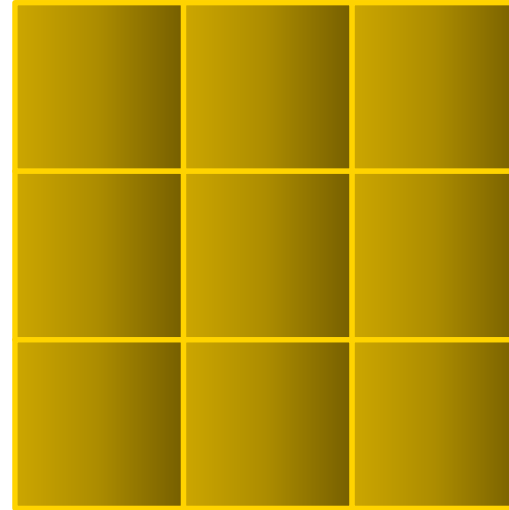
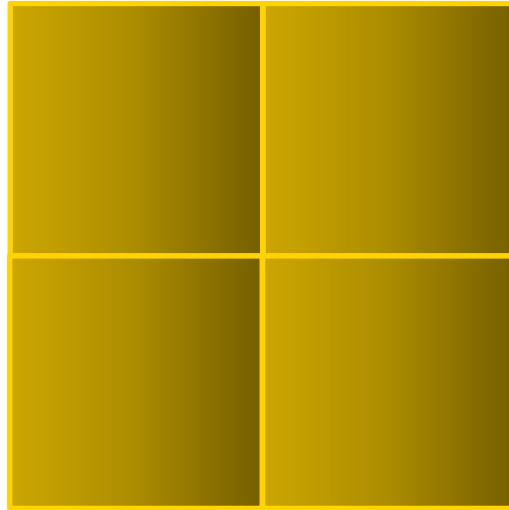
Dank voor jullie aandacht!
Didactiek in de wolken

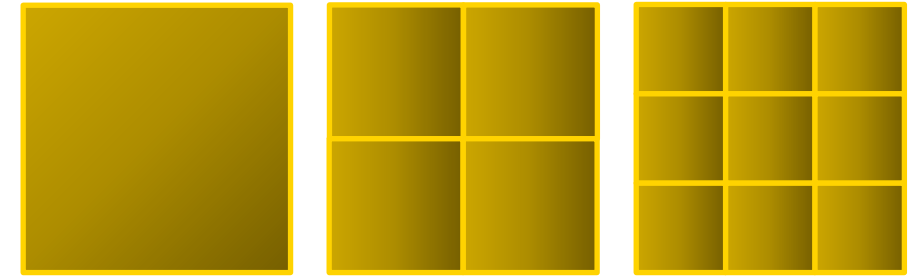


NVvW studiedag, 1 november 2025

Paul Drijvers

Even een warming-up





Wiskunde is...

- ... the science of patterns. [...] The mathematician identifies and analyzes abstract patterns. They can arise from the world around us, from the pursuit of science, or from the inner working of the human mind. (Devlin, 2012, p. 3)
- Kenmerkend: precisie, abstractie, probleemoplossen, modelleren