Kaarten met Euclides

28 september 2024

Mede mogelijk gemaakt door

Viktor Blåsjö (Universiteit Utrecht)

De materialen uit deze workshop worden online beschikbaar gesteld op de site van het symposium.

Daar plaatsen we ook een link naar de complete set van Viktor.

De kaartjes en placemats mogen na afloop door de deelnemers mee naar huis genomen worden.

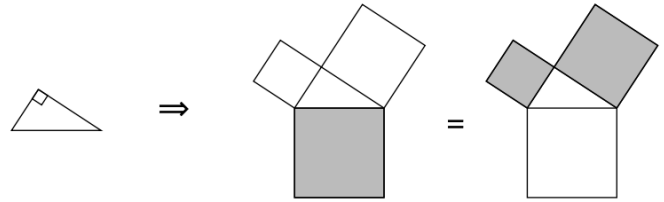
Wat is de bedoeling?

We gaan stelling 47 en 48 van Boek I bewijzen op de manier van Euclides. We maken daarvoor gebruik van een soort placemat en kaartjes.

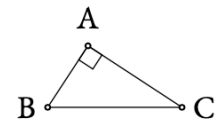
Bij het bewijzen werken we met definities, common notions, postulaten en eerder bewezen proposities. Deze staan op aparte kaartjes.

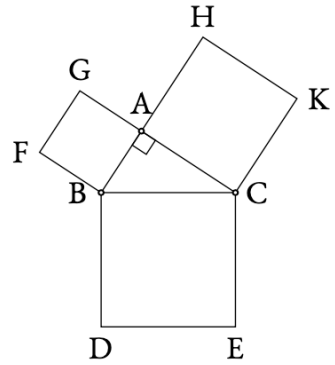
Op de placemat (vijf bladen) staat steeds links een bewering en rechts moet dan de onderbouwing komen.

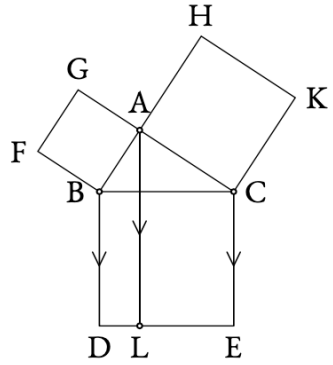
Proposition 47: right-angle $\triangle \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$.



GIVEN







Kleuren

De kaartjes hebben verschillende kleuren. Die corresponderen met de kleuren op de placemat.

Geel is een constructiestap. Dit kan een propositie of een postulaat zijn.

Blauw is een bewering. Dit kan een definitie, common notion of een eerder bewezen propositie zijn.

Stippellijn betekent: geen kaartje leggen maar zelf een argument opschrijven.

Kaartjes leggen

Op de placemat staat steeds links een bewering en rechts moet dan de onderbouwing moet komen. Denk bij het leggen steeds [links] “want…” [rechts].

De onderbouwing kan soms meer dan één kaartje zijn.

Er zijn precies genoeg kaartjes om de twee stellingen te bewijzen.

Stelling 47 en 48

Heb je stelling 47 met bewijs in deze vorm nog niet eerder gezien?

Neem dan eerst het bewijs (linker kolom) rustig door.

Ga daarna pas kaartjes leggen.

Je mag samenwerken. Vergelijk en discussieer met elkaar!

Klaar met stelling 47? Dan verder met 48 met de resterende kaartjes. Het bewijs van deze stelling is moeilijker, maar er zijn ook minder kaartjes over ;-)

Wat kun je hier (nog meer) mee?

Zelf andere stellingen uit de set proberen?

Er zijn ook rode kaartjes!

Deze kaartjes gebruiken in je klas?

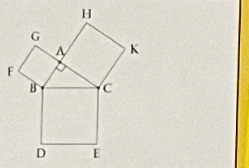
Placemats maken voor andere bewijzen?

Proposition 47: right-angle △ ⇒ $a^2 + b^2 = c^2$.

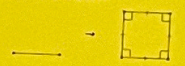


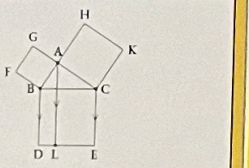
GIVEN



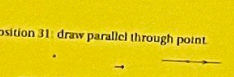


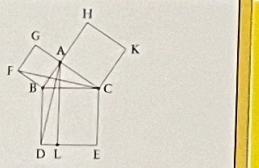
Proposition 46: draw a square.



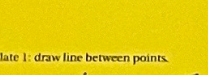


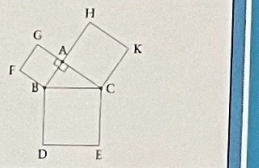
Proposition 31: draw parallel through point.





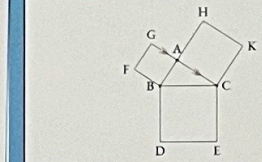
Postulate 1: draw line between points.



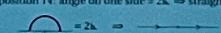


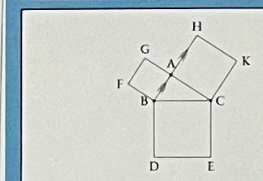
Definition 22: square.



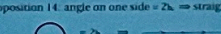


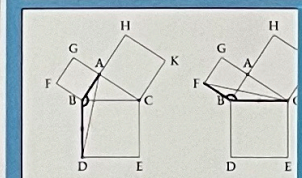
Proposition 14: angle on one side = 2∠ ⇒ straight line.





Proposition 14: angle on one side = 2∠ ⇒ straight line.

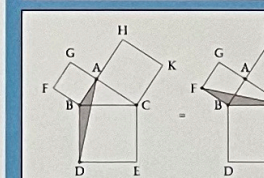




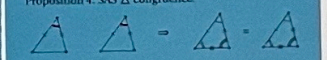
Definition 22: sc

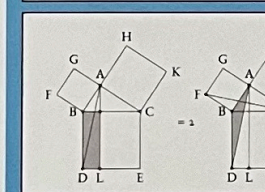
Common Notion 2: additivity.

$a = c$
$b = d$
$\Rightarrow \quad a + b = c + d$

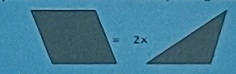


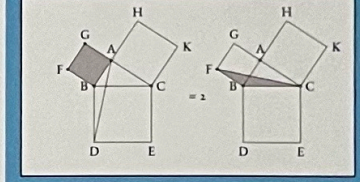
Proposition 4: SAS △ congruence.



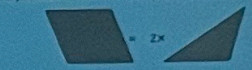


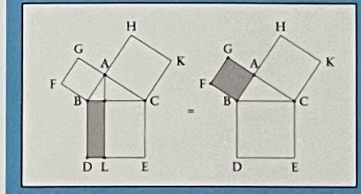
Proposition 41: ▱ area = 2× corresponding △ area.





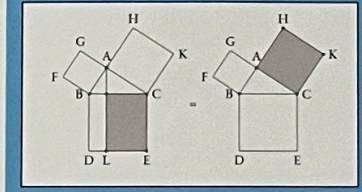
Proposition 41: ▱ area = 2× corresponding △ area.

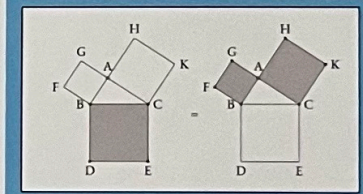




Common Notion 1: transitivity.

$a = c$
$b = c$
$\Rightarrow \quad a = b$





Common Notion 2: additivity.

$a = c$
$b = d$
$\Rightarrow \quad a + b = c + d$

Proposition 48: $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow$ right-angle Δ

GIVEN

Proposition 11: draw

Proposition 3: cu

Postulate 1: draw line between points.

Proposition 35: $\square$ w same base, height $\Rightarrow$ equal area.

Proposition 35: $\square$ w same bas

Common Notion 2: additivity.

$a = c$

$b = d$

$\Rightarrow a + b = c + d$

Proposition 47: right-angle $\Delta \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$

Common Notion 1: transitivity.

$a = c$

$b = c$

$\Rightarrow a = b$

Proposition 8: SSS Δ congruence.

Euclid's Elements
Book I Propositions 47 and 48
visual interactive edition

edited by Viktor Blåsjö