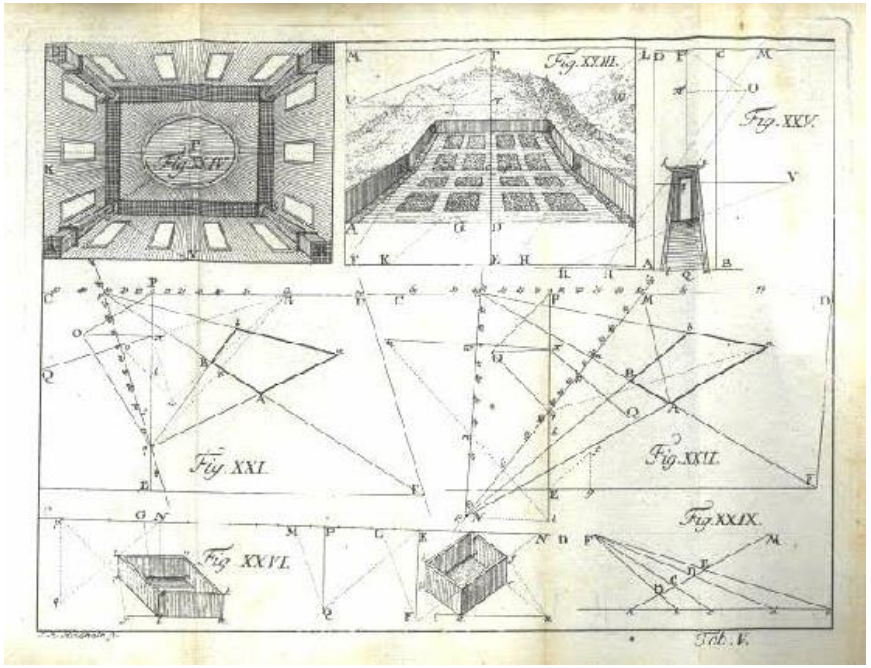
Beschrijvende meetkunde



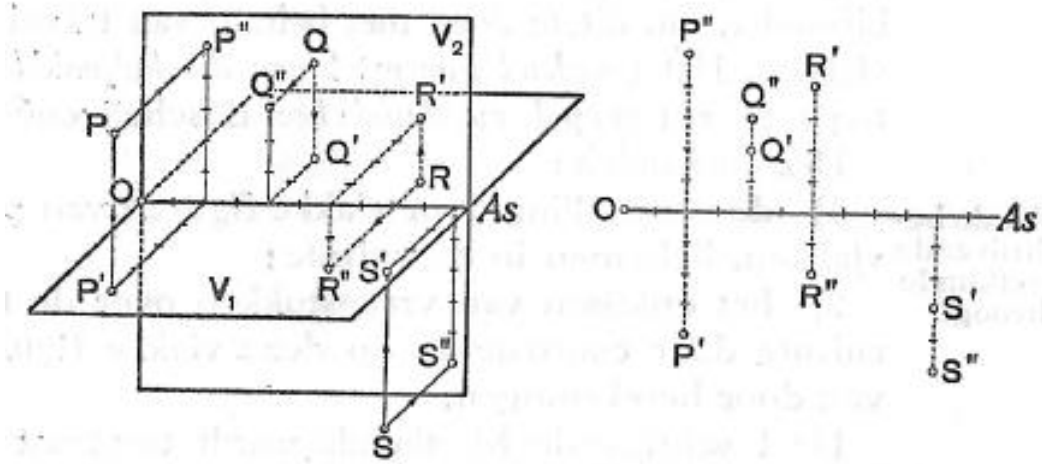
Waarom beschrijvende meetkunde?

Het doel is om meetkundige eigenschappen en relaties weer te geven zonder gebruik te maken van coördinaten.

Vooral gebruikt in de architectuur, engineering, en technische tekeningen, waar precisie en duidelijkheid cruciaal zijn: complexe structuren visualiseren en communiceren met behulp van eenvoudige meetkundige principes.

Theoretische waarde: inzicht in abstracte meetkundige concepten.

Grondprincipes



P. WIJDENES

*

HANDLEIDING

BIJ DE

OEFENBLADEN

VOOR DE

BESCHRIJVENDE MEETKUNDE

5e DRUK

*

GEHEEL OMGEWERKT DOOR

Dr H. STREEFKERK

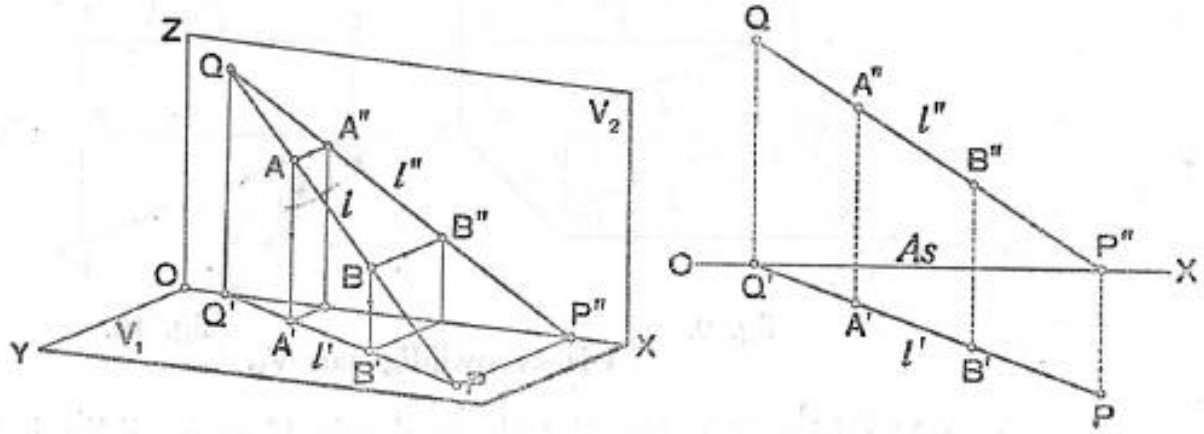
leraar aan het Chr. Lyceum te Hilversum

*

P. NOORDHOFF N.V. - 1949 - GRONINGEN, BATAVIA

Horizontale P’ en verticale projectie P’’

Grondprincipes

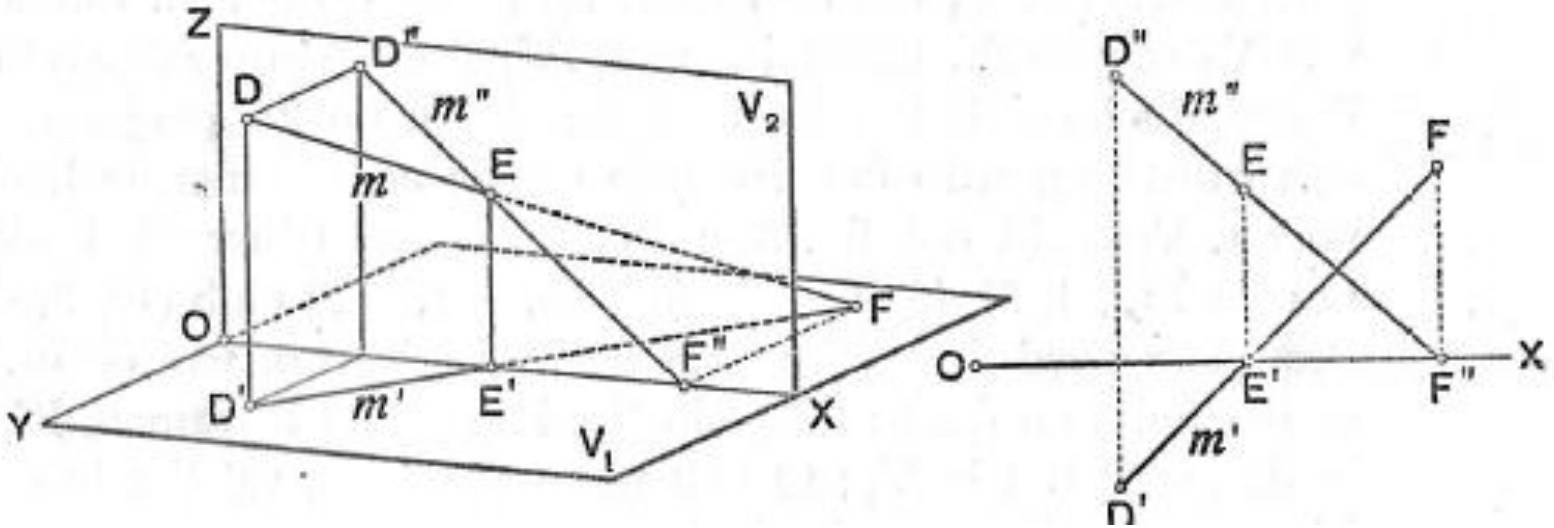




Lijn *l* door punten A en B

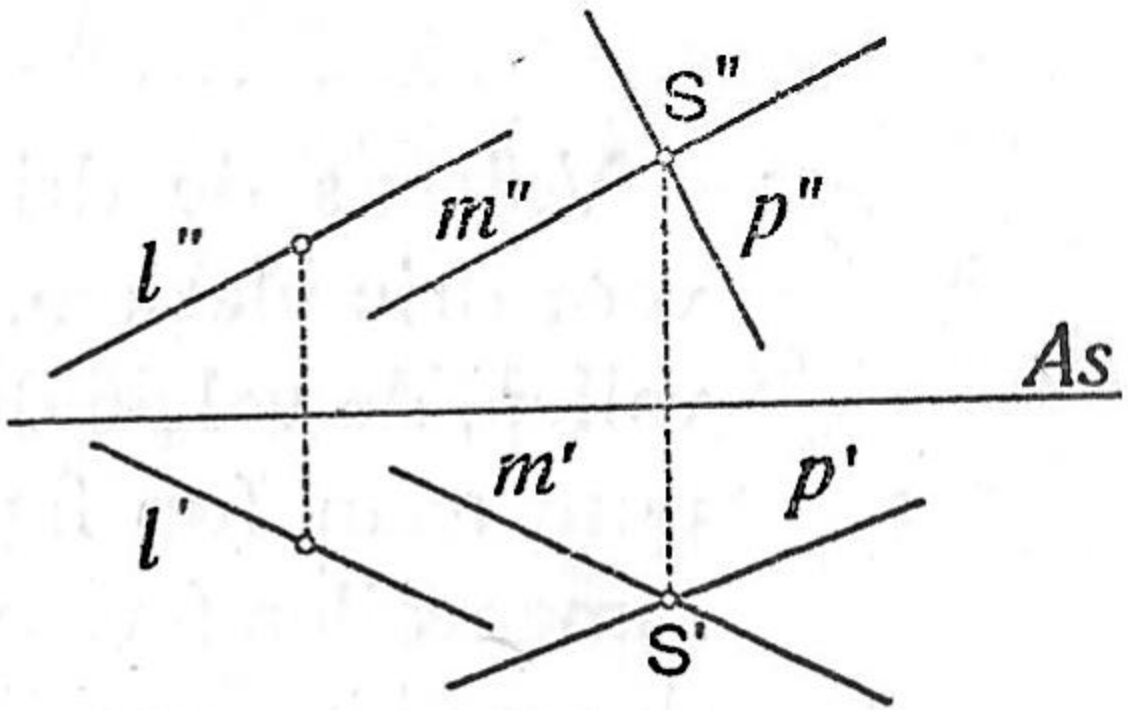
Grondprincipes





Lijn *m* snijdt V_2 en V_1

Grondprincipes





Evenwijdige lijnen *l* en *m;*
snijdende lijnen *m* en *p*;
kruisende lijnen *l* en *p*.

P. WIJDENES

*

HANDLEIDING

BIJ DE

OEFENBLADEN

VOOR DE

BESCHRIJVENDE

MEETKUNDE

5e DRUK

*

GEHEEL OMGEWERKT DOOR

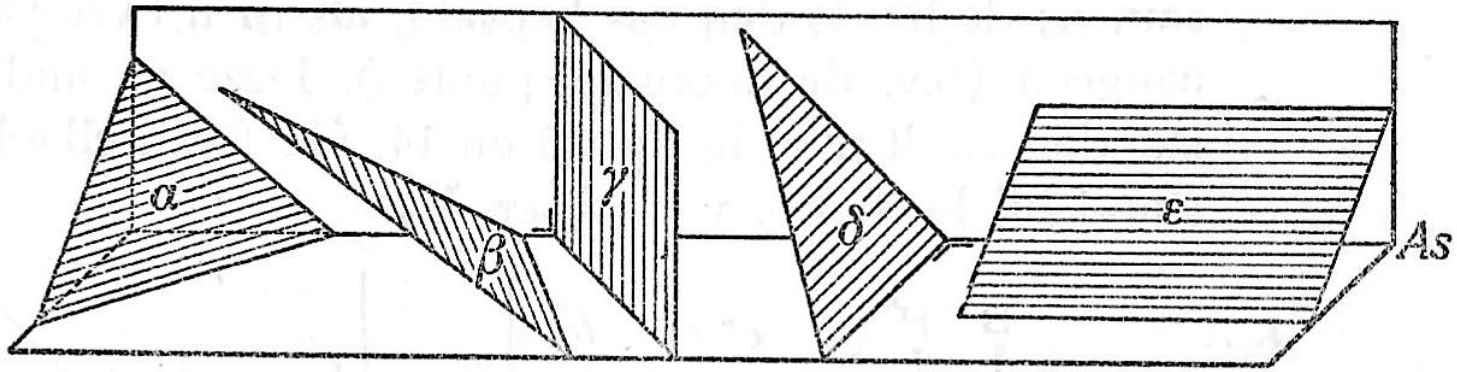
Dr H. STREEFKERK

leraar aan het Chr. Lyceum te Hilversum

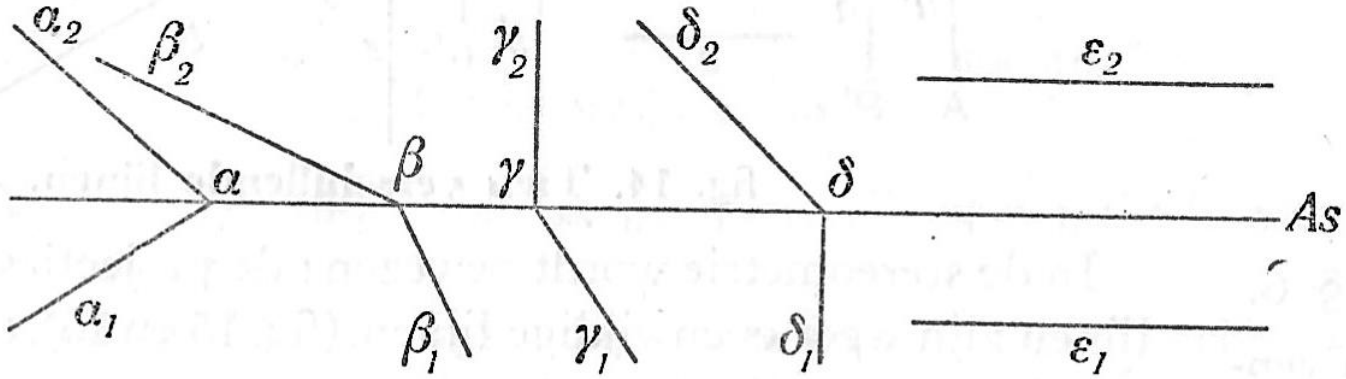
*

P. NOORDHOFF N.V. - 1949 - GRONINGEN, BATAVIA

Grondprincipes



$\gamma \perp V_1,\ \delta \perp V_2,\ \varepsilon \parallel as.$



Opgave

Beschrijvende meetkunde

P. WIJDENES

*

HANDLEIDING

BIJ DE

OEFENBLADEN

VOOR DE

BESCHRIJVENDE

MEETKUNDE

5e DRUK

*

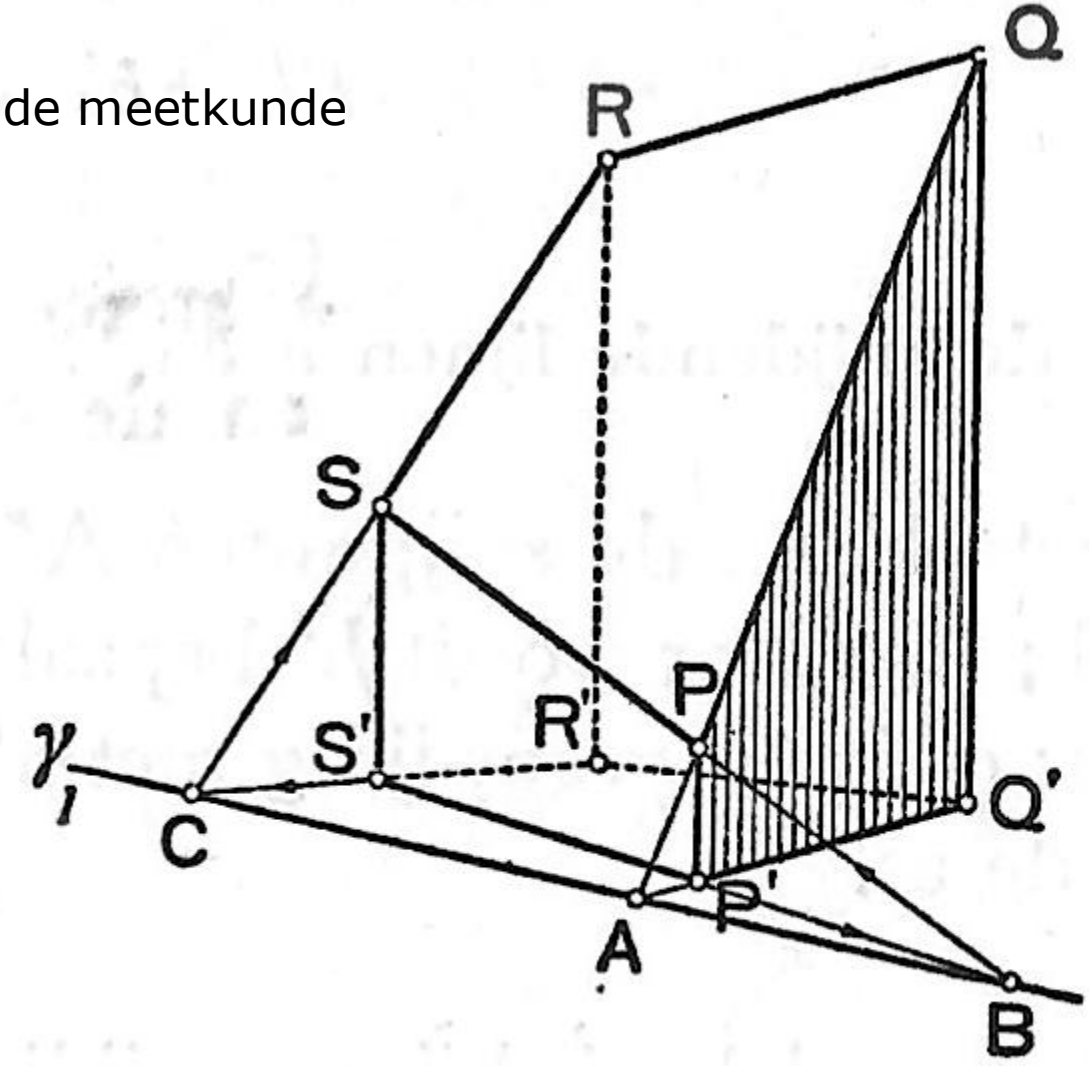
GEHEEL OMGEWERKT DOOR

Dr H. STREEFKERK

leraar aan het Chr. Lyceum te Hilversum

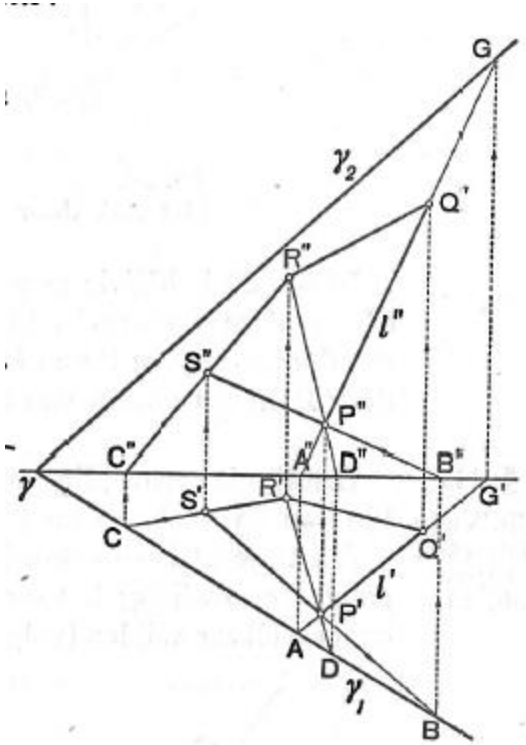
*

P. NOORDHOFF N.V. - 1949 - GRONINGEN, BATAVIA



Een vlak γ is gegeven door zijn beide doorgangen; in γ ligt een vierhoek PQRS, waarvan de eerste projectie gegeven is. Hoe construeert men de tweede projectie?

Oplossing



P. WIJDENES

*

HANDLEIDING

BIJ DE

OEFENBLADEN

VOOR DE

BESCHRIJVENDE

MEETKUNDE

5e DRUK

*

GEHEEL OMGEWERKT DOOR

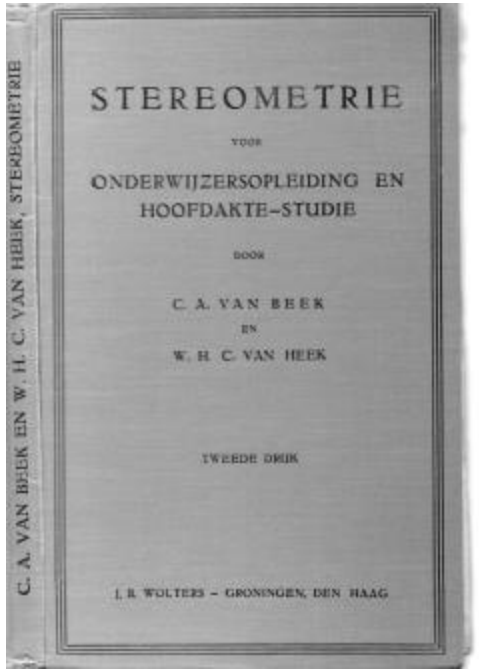
Dr H. STREEFKERK

leraar aan het Chr. Lyceum te Hilversum

*

P. NOORDHOFF N.V. - 1949 - GRONINGEN, BATAVIA

Opgave



§ 59. Eigenschap 26.

De inhoud van 'n afgeknotte pyramide is gelijk aan $\frac{1}{3}$ van 't produkt van de hoogte en de som van grondvlak, bovenvlak en de meetkundig middelevenredige tusschen grond- en bovenvlak.

Noemen we 't grondvlak G, het bovenvlak B en de hoogte h, dan hebben we de formule:

Afgeknotte pyramide $= \frac{1}{3} h\ (G + B + \sqrt{G \times B})$.

Antwoord



Gegeven. De afgeknotte pyramide uit fig. 51 met G als grondvl., B als bovenvlak en h als hoogte.

Te bewijzen. Inhoud $= \frac{1}{3}h\,(G + B + \sqrt{G \times B})$.

$$I = \tfrac{1}{3} G (h+x) - \tfrac{1}{3} B x$$

$$= \tfrac{1}{3}\left[Gh + x(G-B)\right]$$

$$x : (x+h) = a : b$$

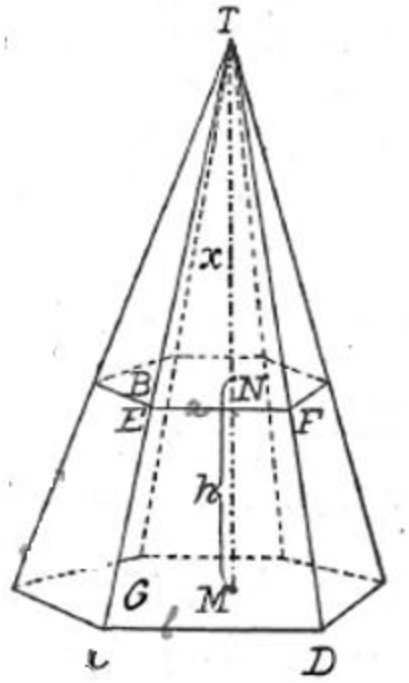
$$B : G = a^2 : b^2$$

$$x : (x+h) = \sqrt{B} : \sqrt{G}$$

$$x = \frac{h\sqrt{B}}{\sqrt{G} - \sqrt{B}}$$

$$3I = Gh + h\sqrt{GB} + hB$$

$$I = \tfrac{1}{3} h\,(G + B + \sqrt{GB})$$

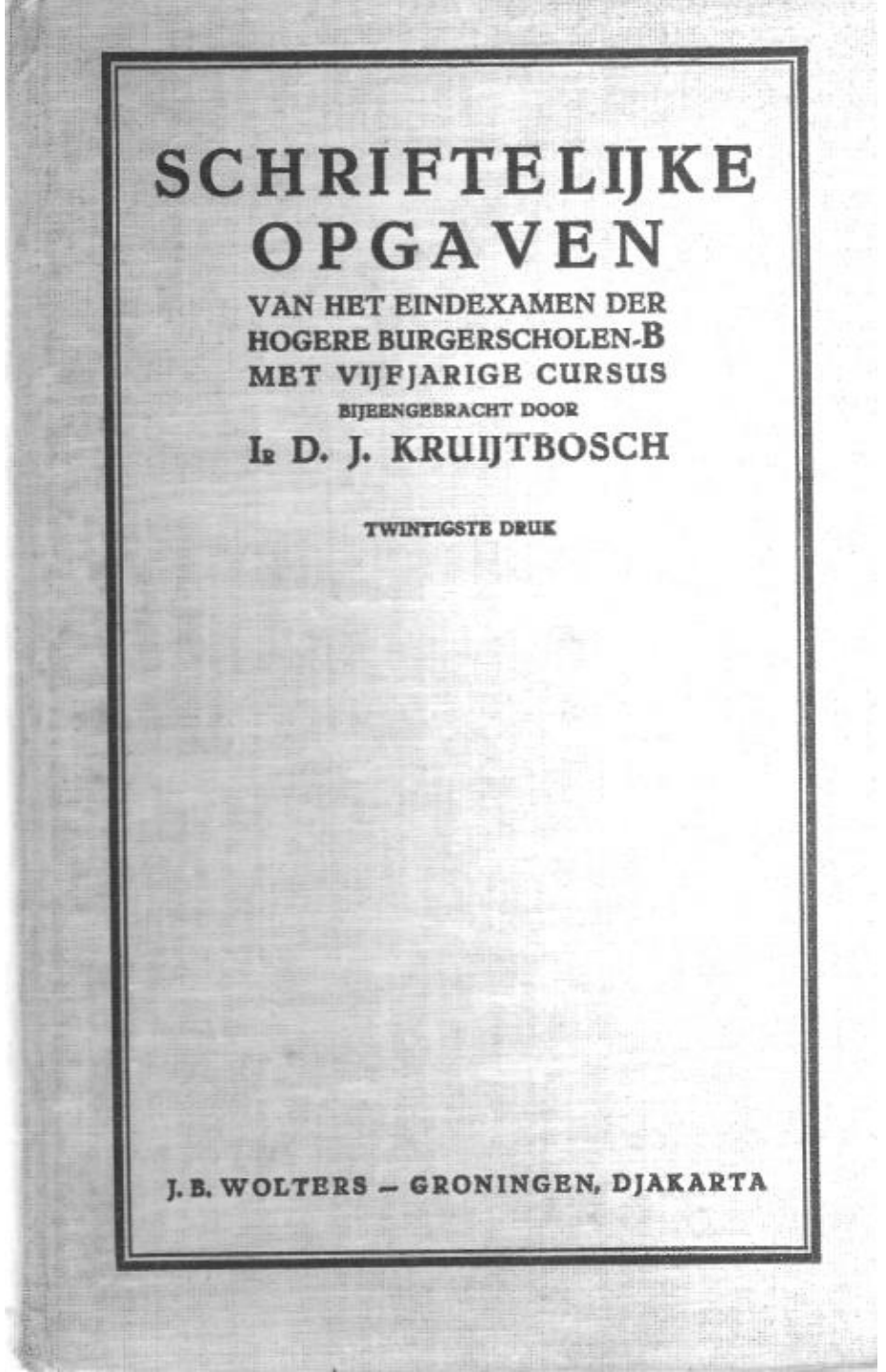


Opgaven

Examenbundel Kruijtbosch, stereo 1928

1928. 1. Van een viervlak ABCD kruisen de ribben AB en CD elkaar loodrecht en zijn beide 6 cm lang, terwijl haar onderlinge afstand 4 cm bedraagt. Toon aan dat alle viervlakken, die aan deze gegevens voldoen, dezelfde inhoud hebben en bereken die inhoud. Zijn die lichamen ook congruent? Licht uw antwoord toe.
Bereken de straal van de ingeschreven bol van zo'n viervlak in het geval, dat de gemeenschappelijke loodlijn van AB en CD deze beide ribben middendoor deelt.

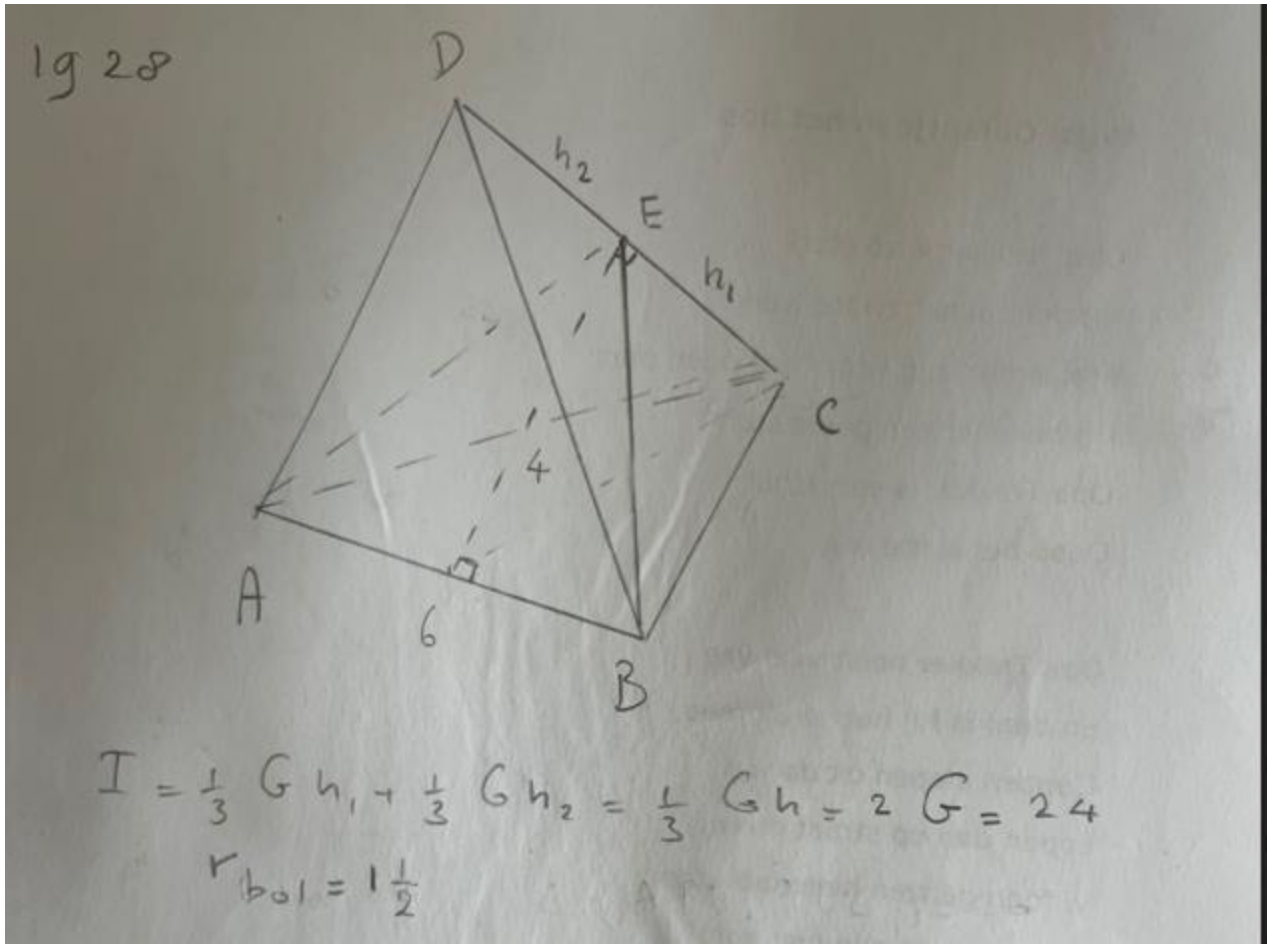
2. Van een scheef parallelepipedum is ABCD het grondvlak en zijn AE, BF, CG en DH de opstaande ribben.
Bewijs dat de lichaamsdiagonaal AG door de vlakken BDE en CFH in 3 gelijke delen verdeeld wordt.
Men verwijdert de viervlakken, die de vlakken BDE en CFH van het parallelepipedum afsnijden. Indien nu het overblijvende deel een regelmatig achtvlak is met een ribbe van a cm, hoe groot is dan de inhoud van het gegeven parallelepipedum?
Aan welke voorwaarden moet voldaan zijn, opdat het overblijvende deel een regelmatig achtvlak zij?

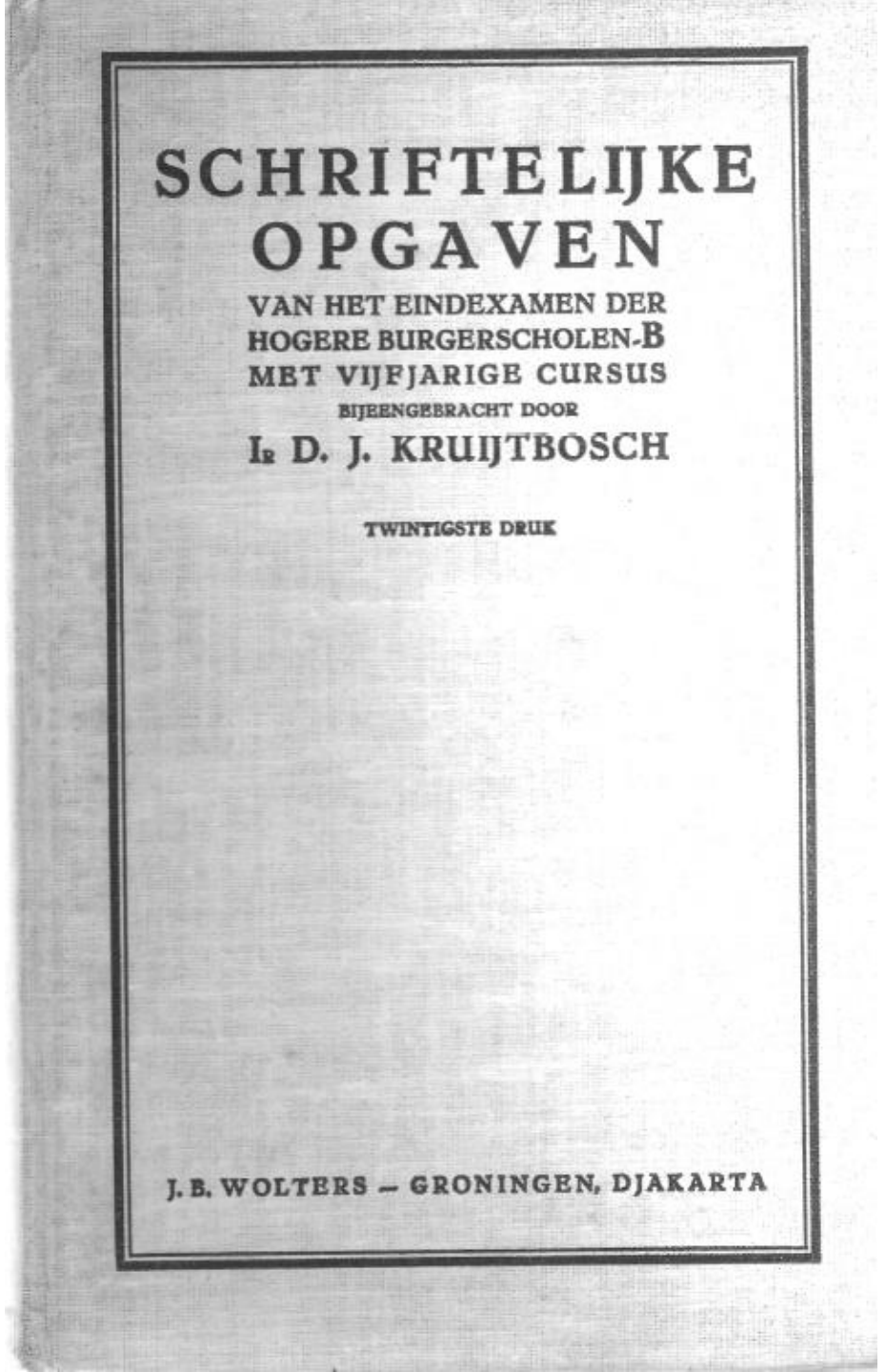


Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Antwoord 1

Kruijtbosch, stereo 1928

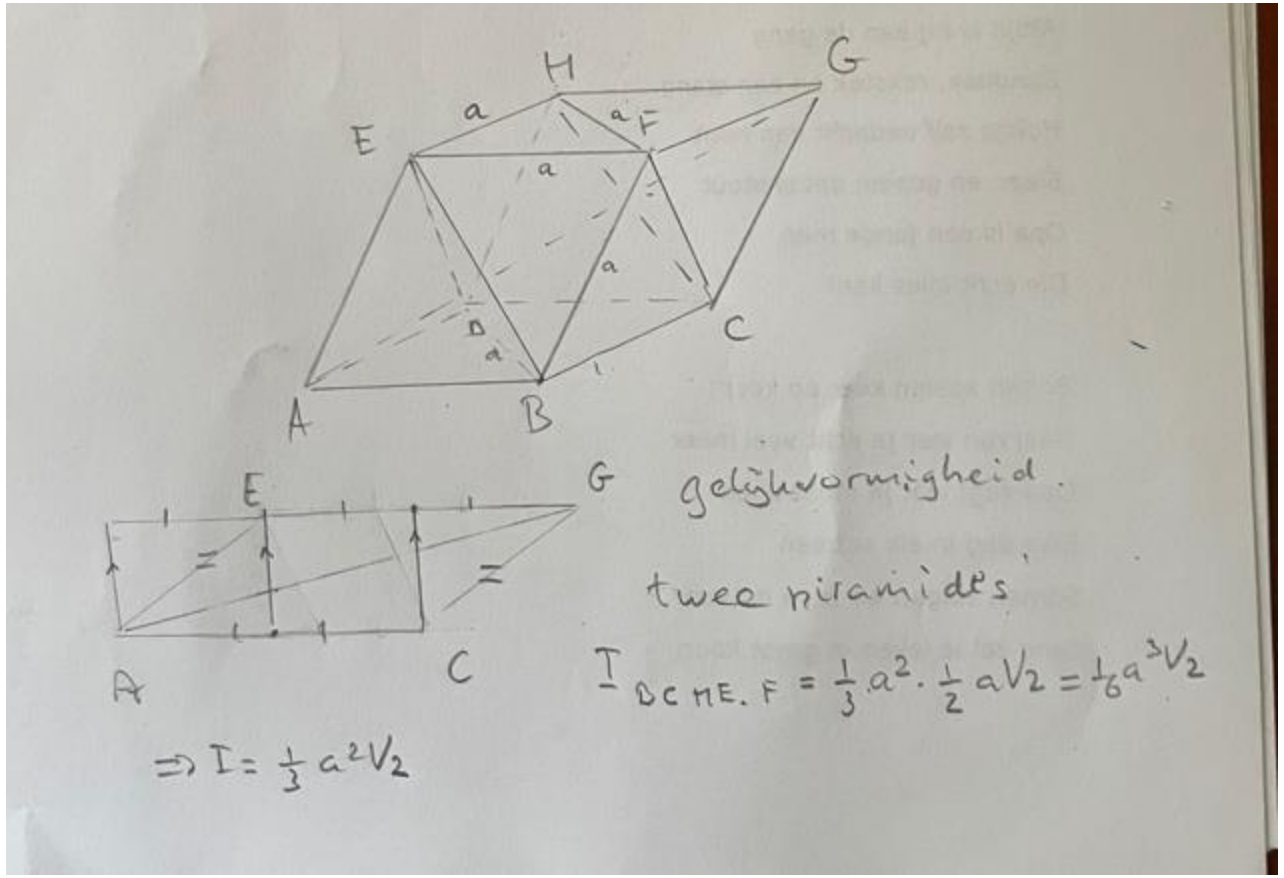


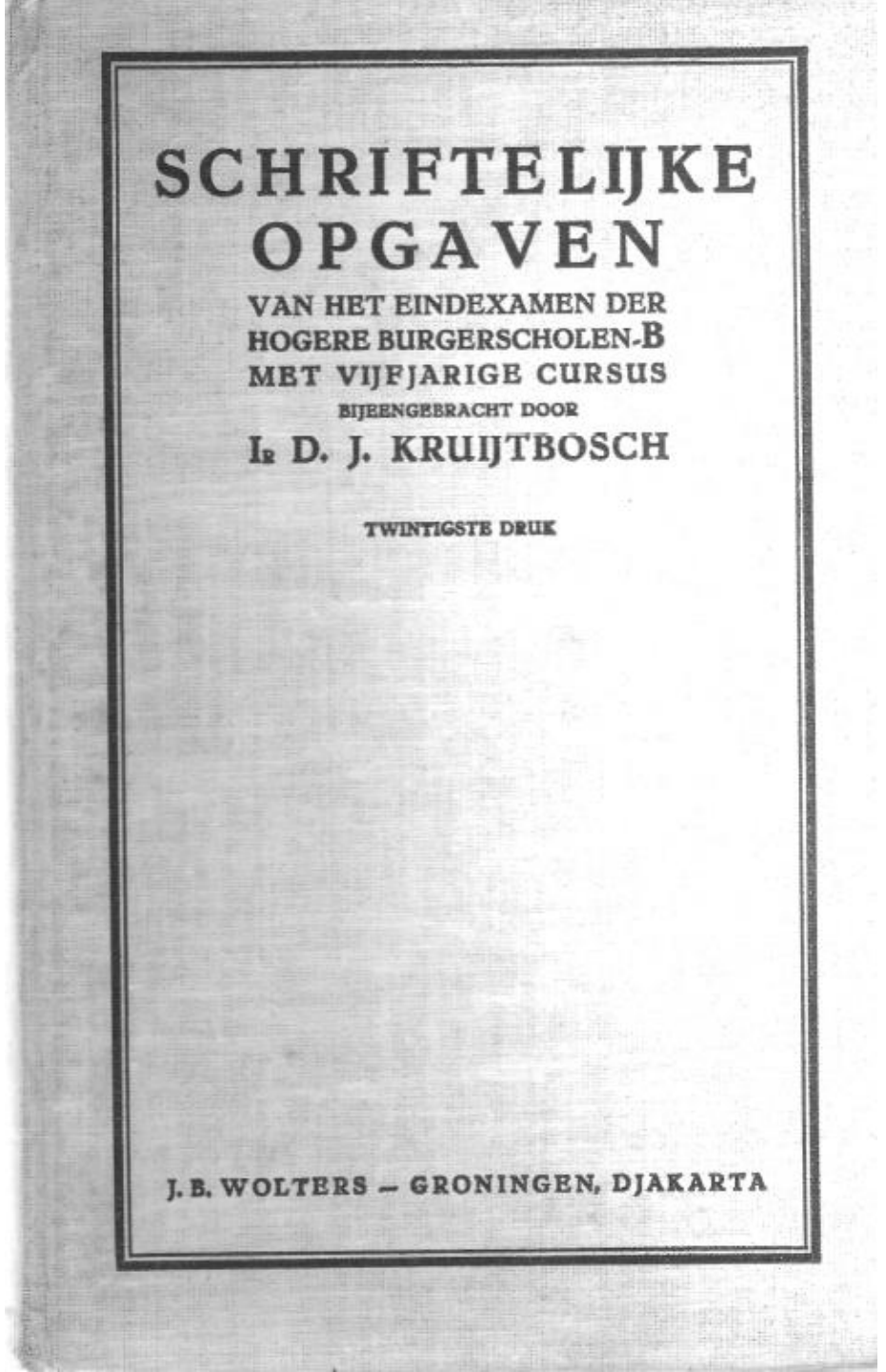


Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Antwoord 2

Kruijtbosch, stereo 1928





Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Opgaven

Alders, stereo 1938

150. De opstaande zijvlakken van een regelmatige afgeknotte vierzijdige pyramide maken hoeken van 60° met het grondvlak; de zijden van grond- en bovenvlak zijn $2a$ en a. Bereken de zijdelingse oppervlakte.

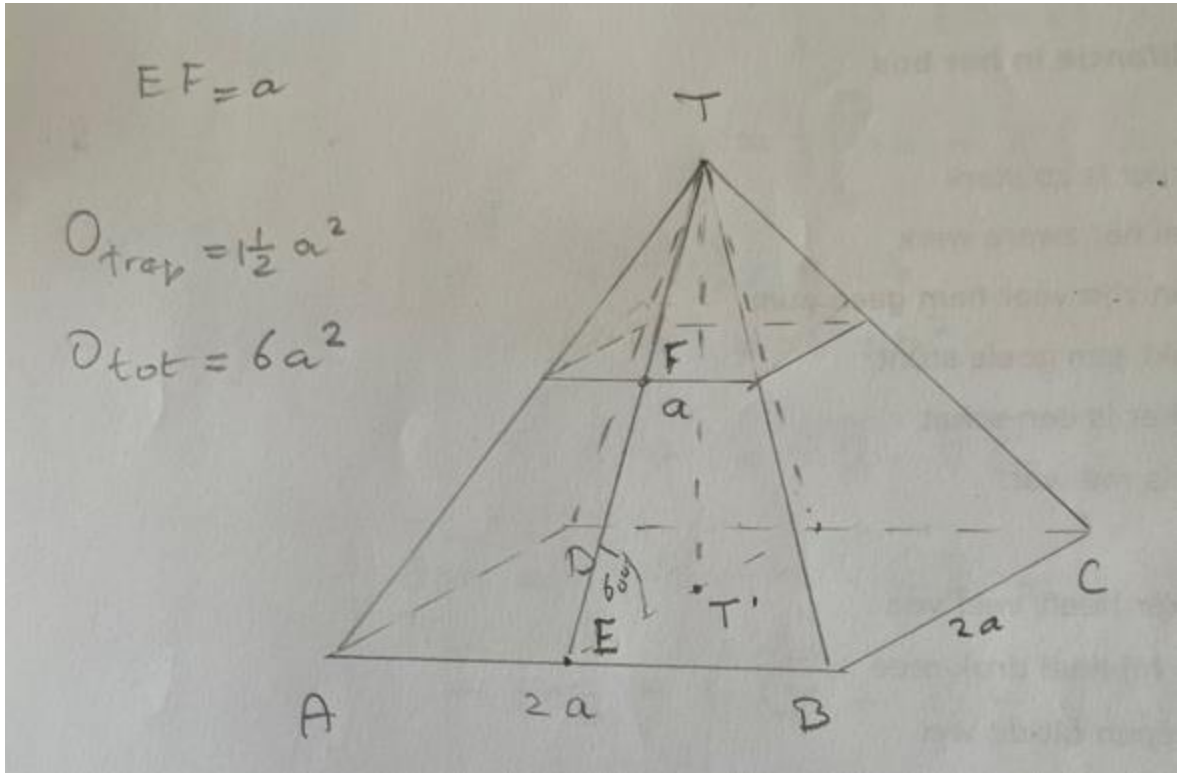
265. Het grondvlak van het scheve prisma ABC . DEF is een gelijkzijdige driehoek met zijde a; AD maakt hoeken van 45° met AB en AC. Bereken de inhoud van het viervlak F . ABE.

C. J. ALDERS, *Stereometrie voor M. O. en V. H. O.* 5



Antwoord 1

Alders, stereo 1938

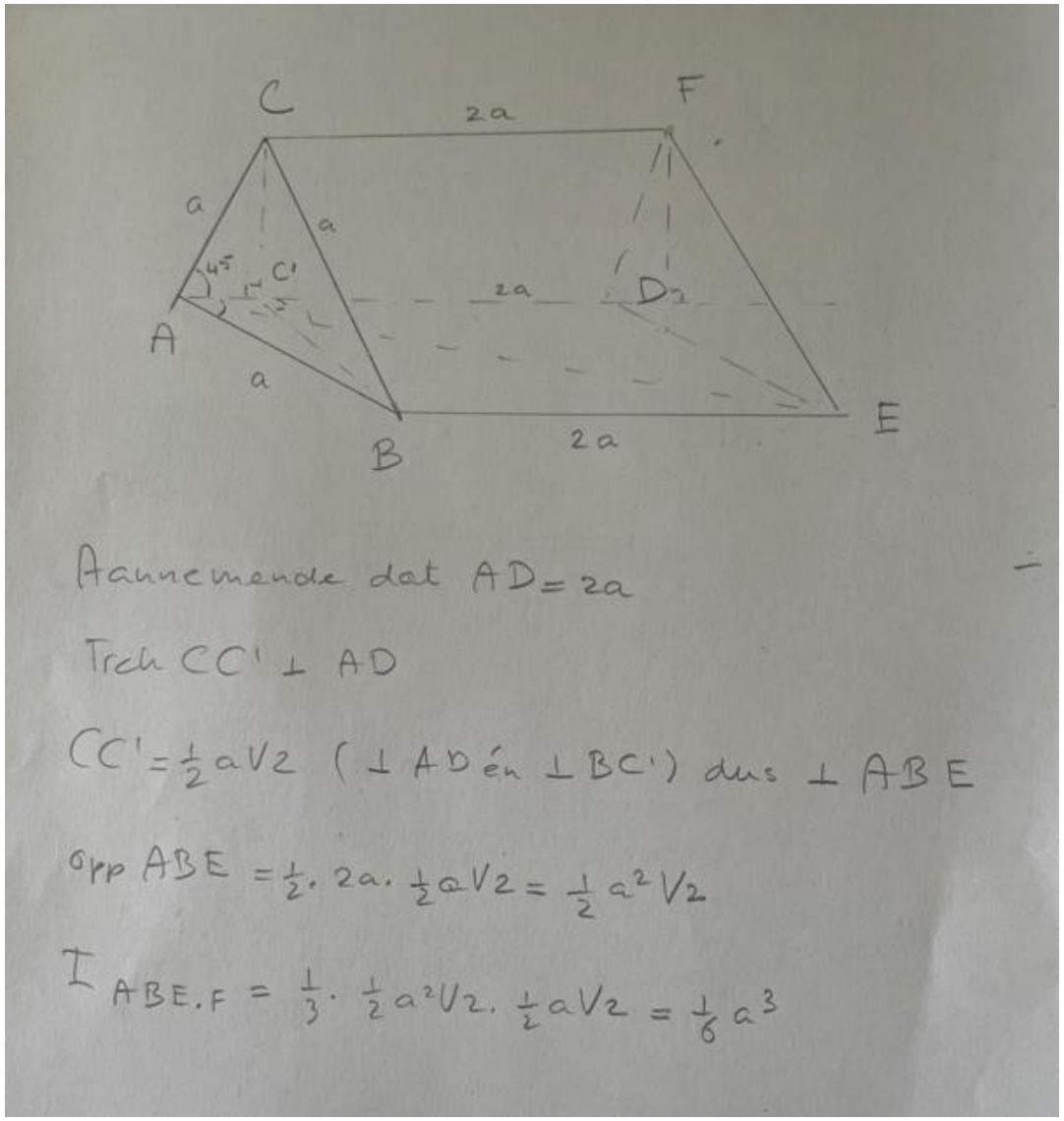




Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Antwoord 2

Alders, stereo 1938



Aannemende dat $AD = 2a$

Trch $CC' \perp AD$

$CC' = \frac{1}{2}aV2$ ($\perp AD$ en $\perp BC'$) dus $\perp ABE$

$O_{pp}\,ABE = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2}aV2 = \frac{1}{2}a^2V2$

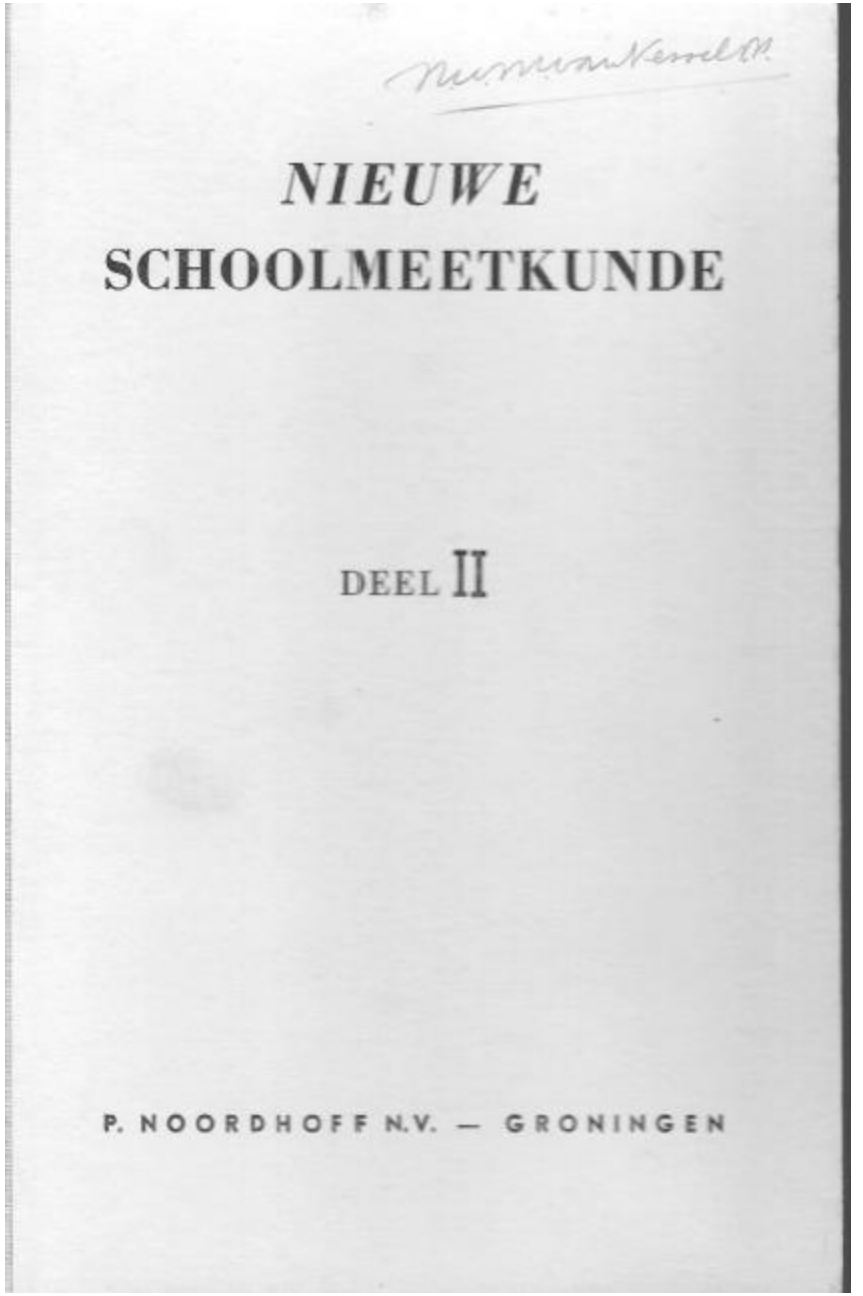
$I_{ABE.F} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a^2V2 \cdot \frac{1}{2}aV2 = \frac{1}{6}a^3$

Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)



Planimetrie

7. In een cirkel is een regelmatige tienhoek ABC ..... beschreven; trek de diagonaal AD. Bereken de oppervlakte van het kleinste cirkelsegment, dat door AD van de cirkel wordt afgesneden; neem $r = 2$.



Tienhoek en vijfhoek.

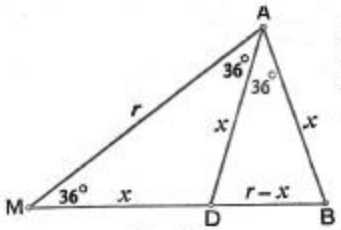


fig. 136.

△ MAB van fig. 136 stelt een middelpuntsdriehoek van een regelmatige tienhoek voor; ∠ M = 36°, ∠ A en ∠ B zijn beide 72°; de deellijn van ∠ A is been van twee gelijkbenige driehoeken. Als AB = x is, dan zijn ook AD en DM gelijk aan x.

Volgens st. 45 heeft men nu: $r : x = x : (r - x)$, dus $x^2 + rx - r^2 = 0$; hieruit volgt $z_{10} = \frac{1}{2} r (-1 + \sqrt{5})$.

De constructie is eenvoudig; zie fig. 137; trek de middellijn AMB; zet MC ⊥ AB, deel MB in D middendoor, cirkel DC om op DA; nu is ME = z_{10}.

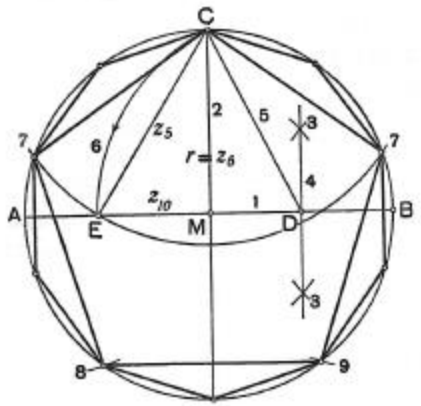


fig. 137.

Het bewijs verloopt al even gemakkelijk: MD = $\frac{1}{2} r$, CD = $\sqrt{\frac{1}{4} r^2 + r^2}$ = $\frac{1}{2} r \sqrt{5}$ en dus is ME = $\frac{1}{2} r \sqrt{5} - \frac{1}{2} r$ = $\frac{1}{2} r (-1 + \sqrt{5})$.

De termen van de evenredigheid $r : x = x : (r - x)$ zijn alle te vinden op MB van fig. 136: de straal r wordt zodanig verdeeld, dat het kleinste stuk staat tot het grootste als het grootste tot de hele straal; dat is: *z_{10} is het grootste stuk van de straal, als men daarin de gulden snede aanbrengt.*

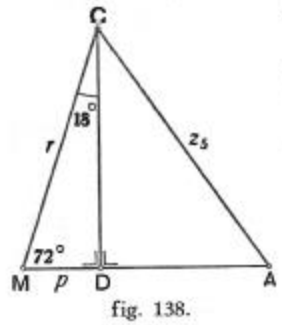


fig. 138.

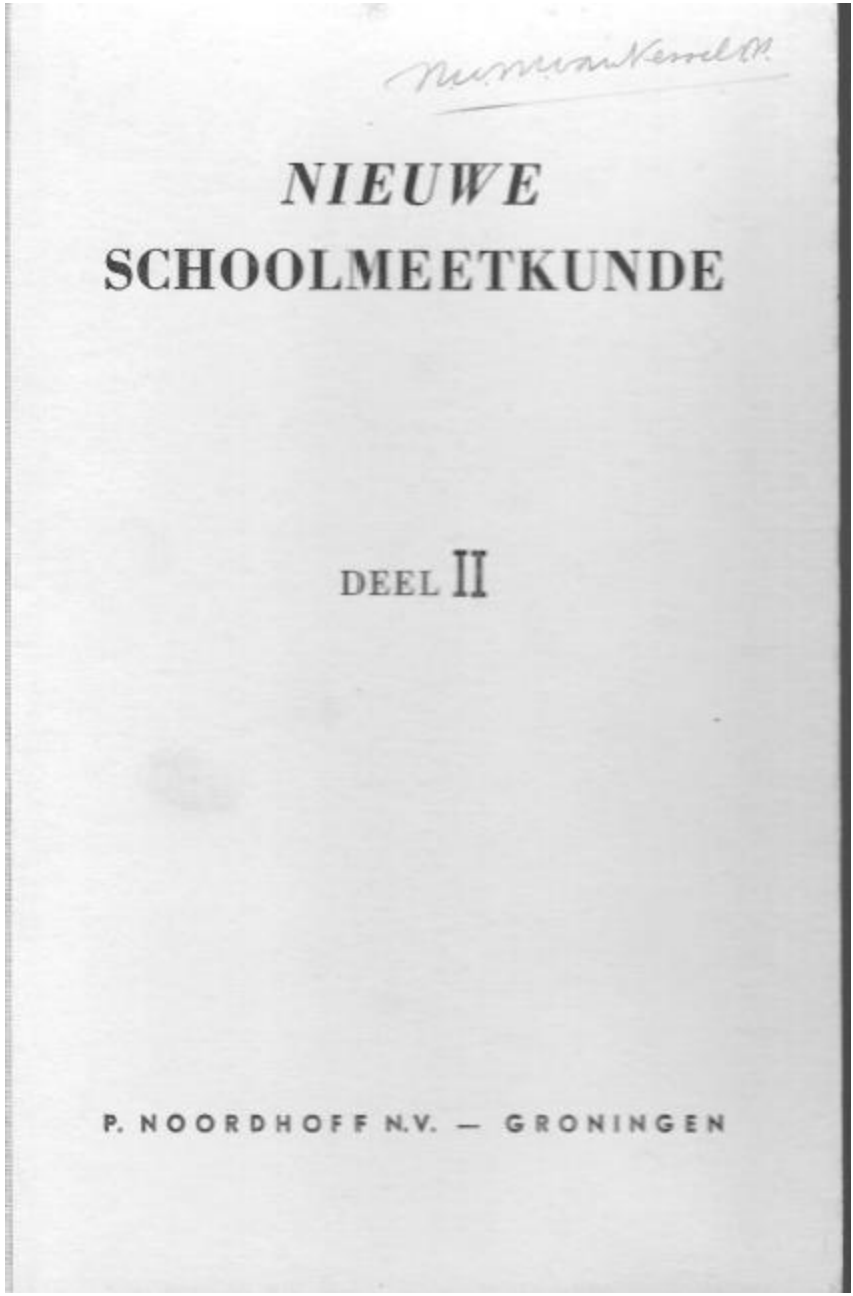
De regelmatige vijfhoek vindt men, als men de hoekpunten van de regelmatige tienhoek om de andere verbindt. In △ MAC (fig. 138), die een middelpuntsdriehoek van een regelmatige vijfhoek voorstelt, heeft men $z_5^2 = r^2 + r^2 - 2rp$; omdat ∠ M = 72° is en ∠ D = 90°, is ∠ MCD = 18° en △ MCD congruent met de halve middelpuntsdriehoek van de regel-

Antwoord

matige tienhoek; dus is $p = \frac{1}{4} r (-1 + \sqrt{5})$.

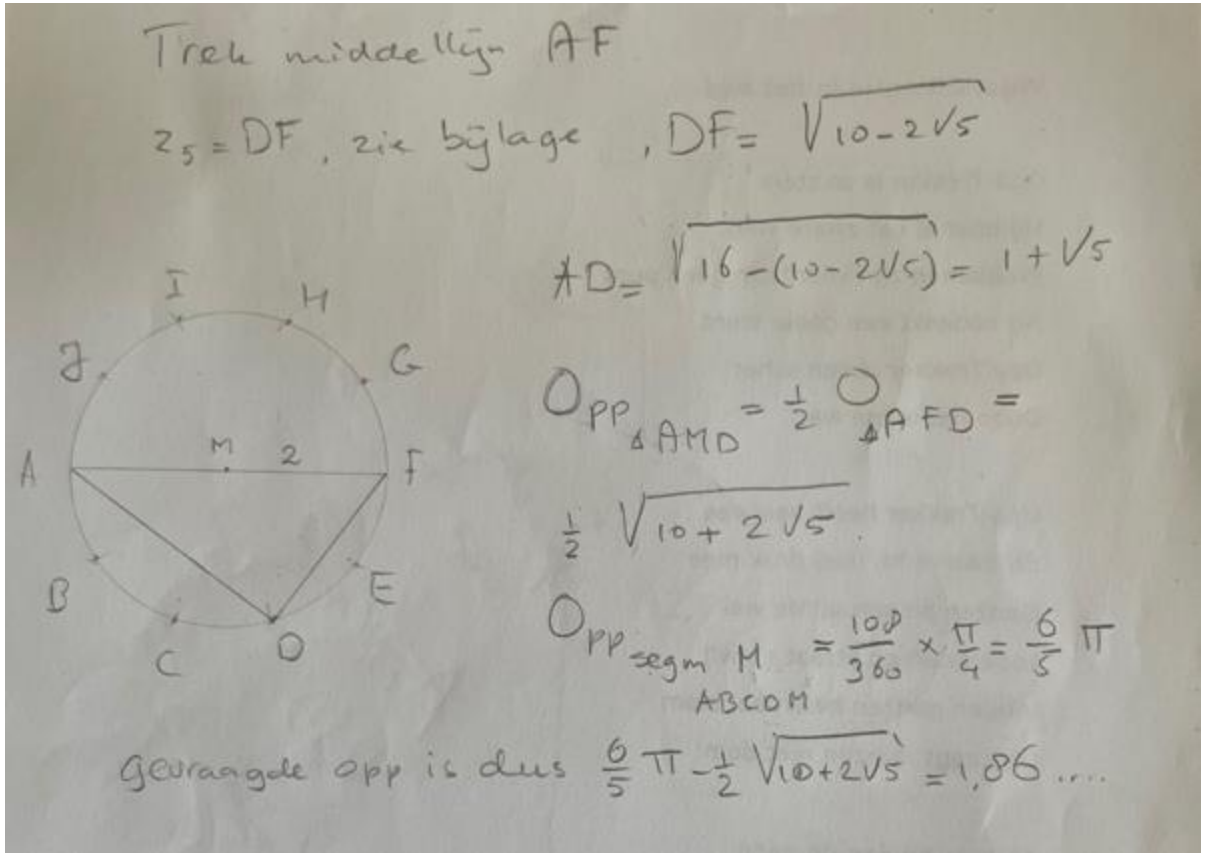
In △ MAC heeft men nu $z_5^2 = 2r^2 - \frac{1}{2} r^2 (-1 + \sqrt{5}) = \frac{1}{4} r^2 (10 - 2\sqrt{5})$; dus $z_5 = \frac{1}{2} r \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$.

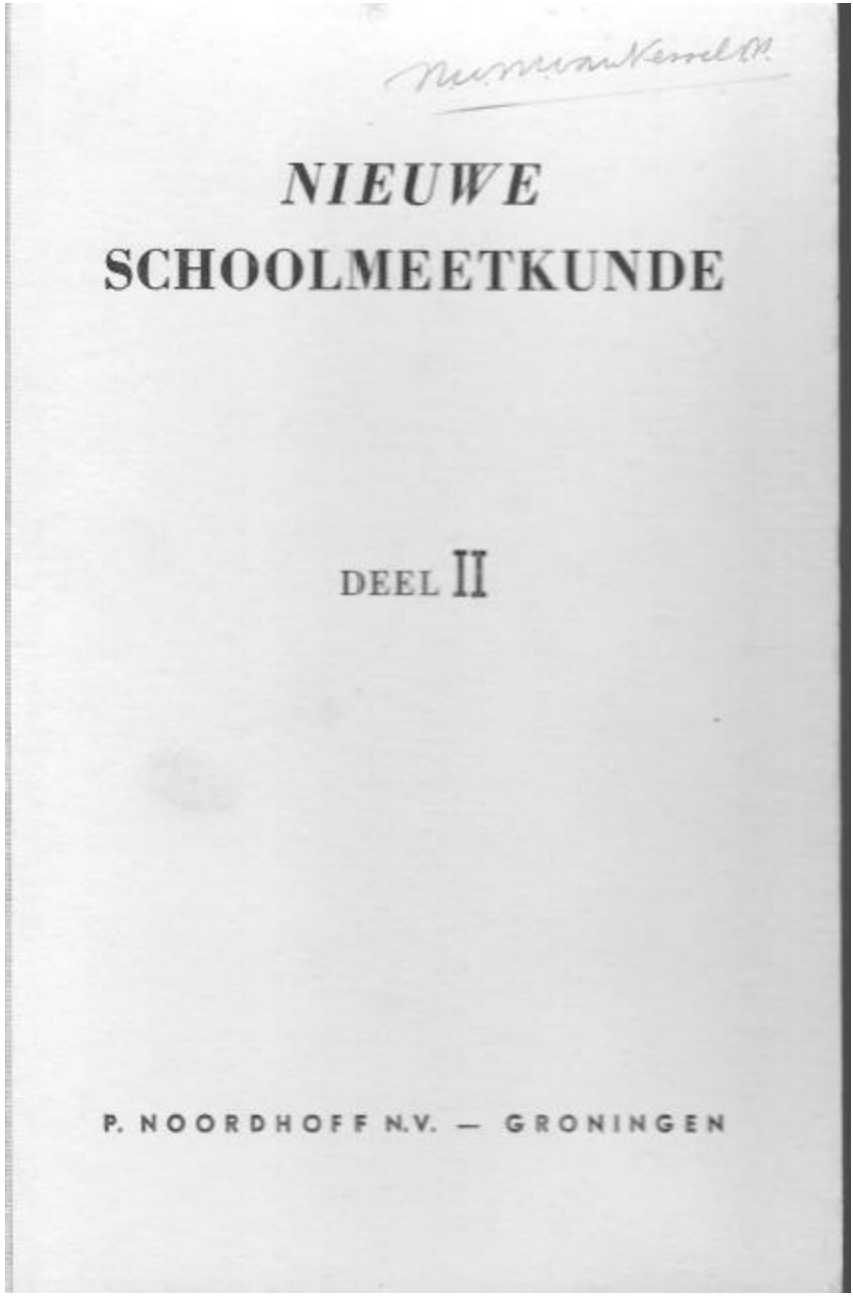
In fig. 137 is $CE^2 = r^2 + z_{10}^2 = r^2 + \{\frac{1}{2} r (-1 + \sqrt{5})\}^2 = \frac{1}{4} r^2 (10 - 2\sqrt{5})$, dus CE = z_5. De constructie voor de zijde van de ingeschreven regelmatige tienhoek geeft dus tevens die van de vijfhoek.



Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Antwoord




NIEUWE
SCHOOLMEETKUNDE

DEEL II

P. NOORDHOFF N.V. — GRONINGEN

Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

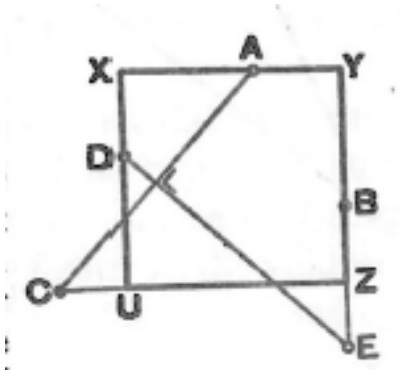
Een voorbeeld van een werkstuk als intro

Construeer en vierkant XYZU, waarvan de zijlijnen XY, YZ, ZU en UX opvolgend door vier punten A, B, C en D gaan.



Antwoord

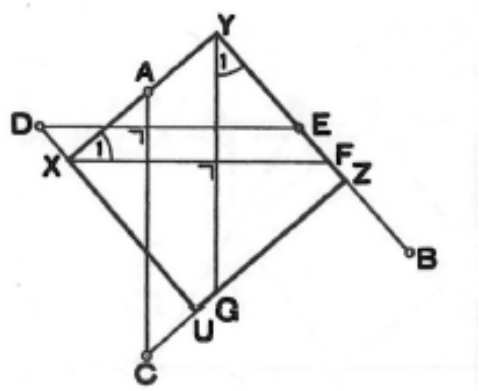
Een hulpfiguur!





Constructie:
Trek AC, uit D een loodlijn op AC en pas af AC=DE. Trek BE en laat daarop uit A en C loodlijnen neer, die BE opvolgend in Y en Z snijden. Trek door D een rechte evenwijdig met BE, die de genoemde loodlijnen opvolgend in X en U snijdt. XYZU is dan een vierkant dat aan de voorwaarden voldoet.

Een noodzakelijk bewijs





Bewijs:
Het is duidelijk dat XYZU een rechthoek is en door de gevraagde punten gaat. Nu nog te bewijzen dat XYZU een vierkant is, ofwel XY=YZ. Trek XF//DE en YG//AC. Dan zijn XFED en YGCA parallelogrammen en de driehoeken YZG en XYF zijn congruent. Dus is XY=YX (q.e.d.).

Ná de Mammoetwet



Opgave

» 3. Fig. 1-4 laat twee projecties zien van een kegelvormige berg.
De hoogte van de kegel is 4, evenals de diameter van de grondcirkel.

a. Teken fig. 1-4 twee keer zo groot over en teken de derde projectie van de kegel (op het XOZ-vlak).

b. Teken in elk van de drie projectiefiguren de isohoogtelijnen op hoogte 1, 2 en 3.

c. Een route over de berg is zó dat elk punt van die route de Y-coördinaat 5 heeft.
Teken die route in de drie projectiefiguren.

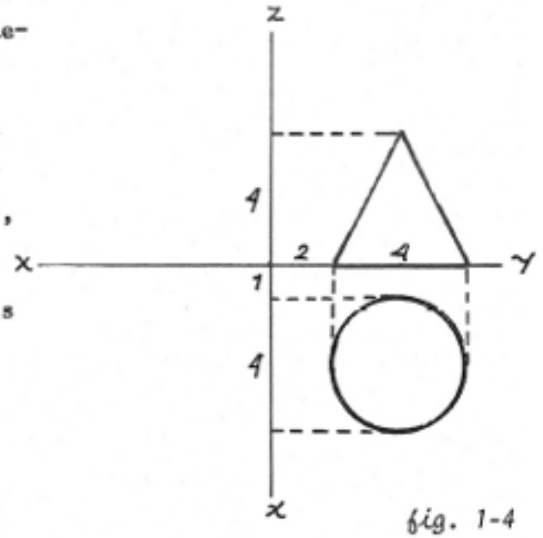


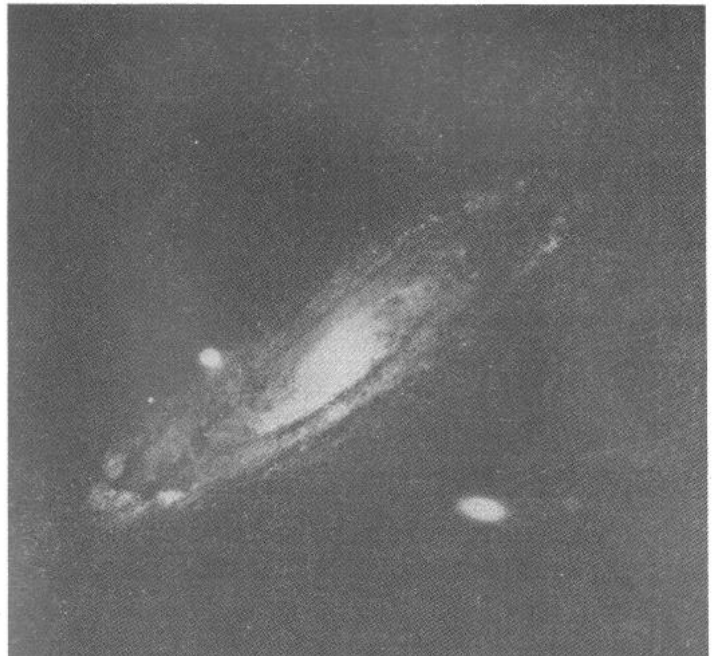
fig. 1-4

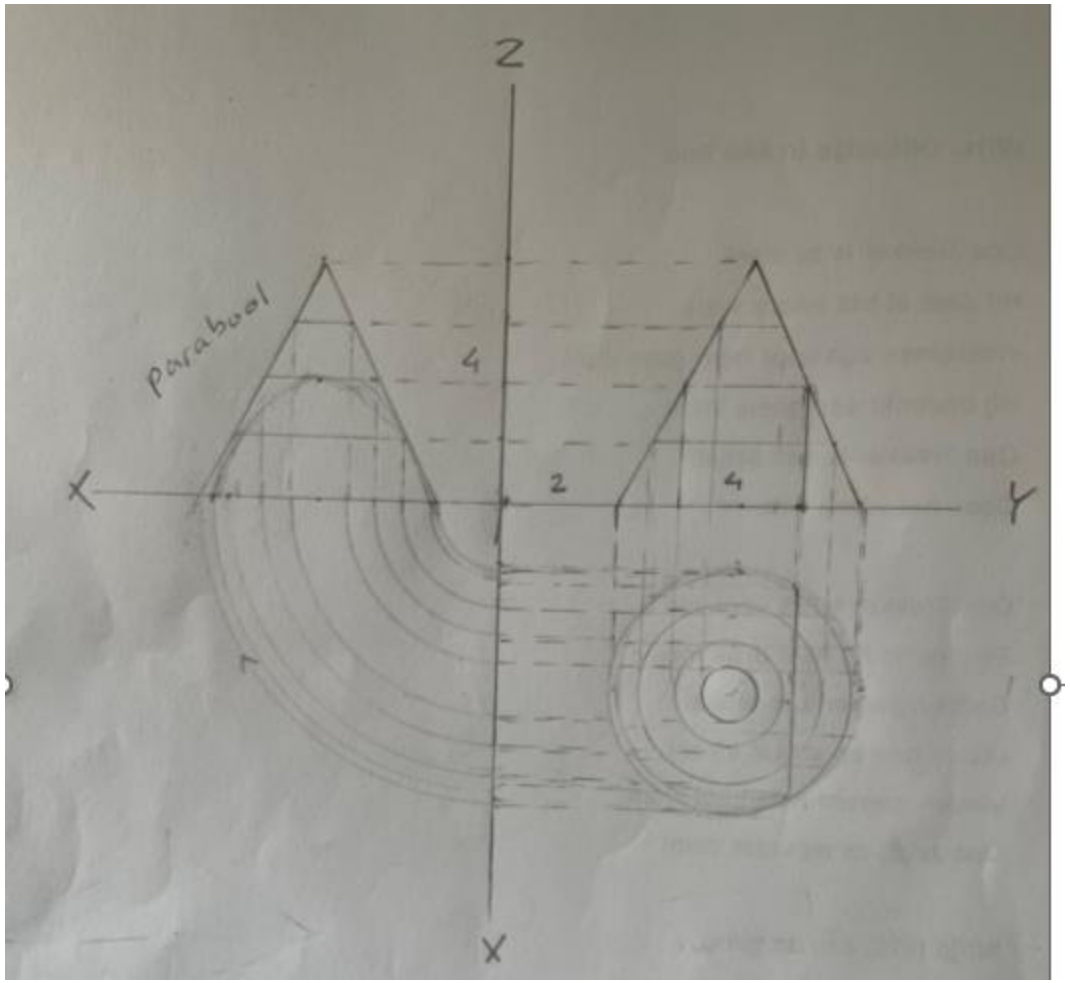
Antwoord

LESSEN

IN

RUIMTEMEETKUNDE 2





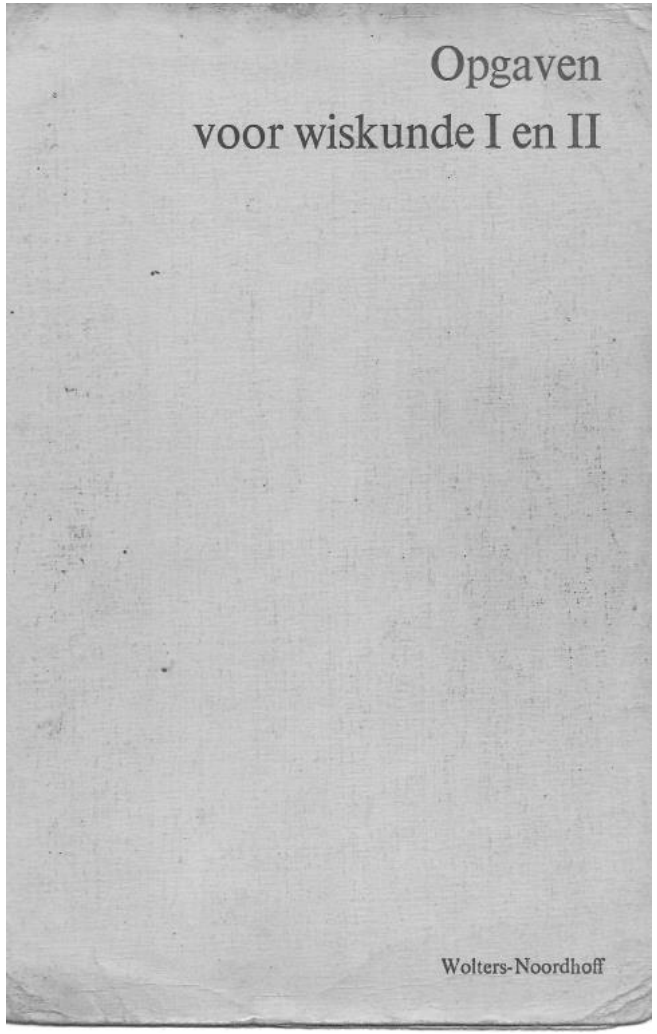
Opgave

2.28 In R^3 zijn t.o.v. een orthonormaal assenstelsel gegeven de punten $A(-1, 4, 0)$, $B(6, 4, 0)$, $C(0, 0, 2)$ en $D(0, 0, a)$.

a. Bereken a, zo dat AC loodrecht staat op BD.

b. Laat voor de in vraag a gevonden waarde van a zien dat ook geldt: AD staat loodrecht op BC.

c. Bereken $d(AD, BC)$.



Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Antwoord

Vectormeetkunde

$\overline{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\overline{BD} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -a \end{pmatrix}$

a. $-6 + 16 + 2a = 0 \leftrightarrow a = -5$

b. $\overline{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -a \end{pmatrix}$, $\overline{BC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $-6 + 16 + 2a = 0$ als $a = -5$

c. AD: $\bar{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

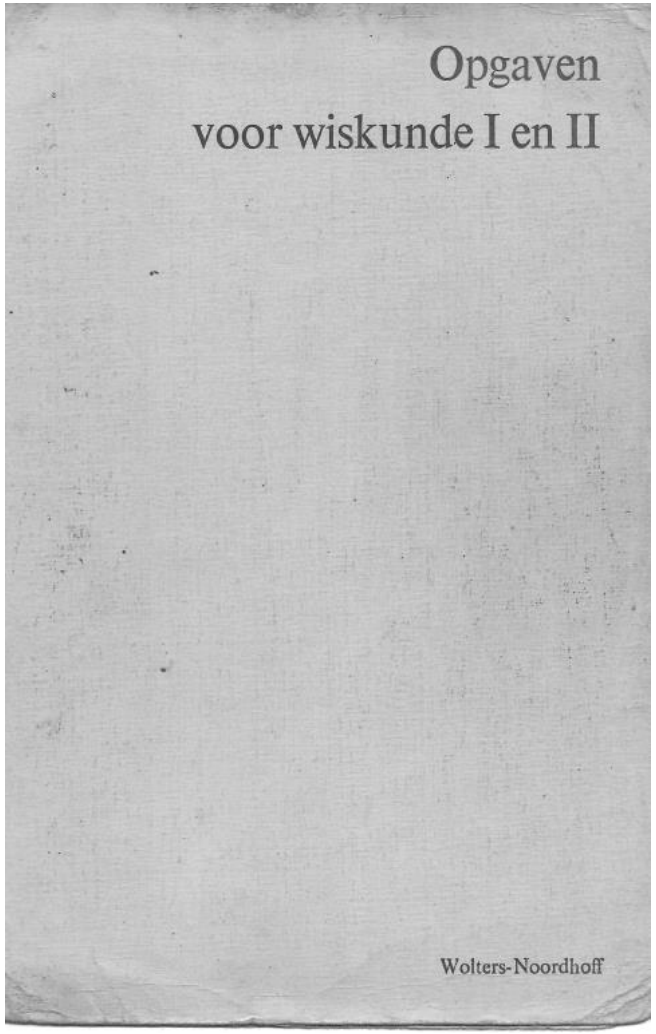
BC: $\bar{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$d(AD, BC) = \frac{\left| \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} \right|}{\left\| \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\|}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 - 10 \\ 15 - 1 \\ -2 - 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ 14 \\ -14 \end{pmatrix} = -14 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left\| -14 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| = 14\sqrt{3} \qquad 14 \left| \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} \right| = 98$$

$$d(AB, BC) = \frac{98}{14\sqrt{3}} = 7\sqrt{3}$$



ef@gmail.com)

Opgave

Vraag 2. Construeer een driehoek als de hoogtelijn, de zwaartelijn en de bissectrice uit één hoekpunt gegeven zijn.

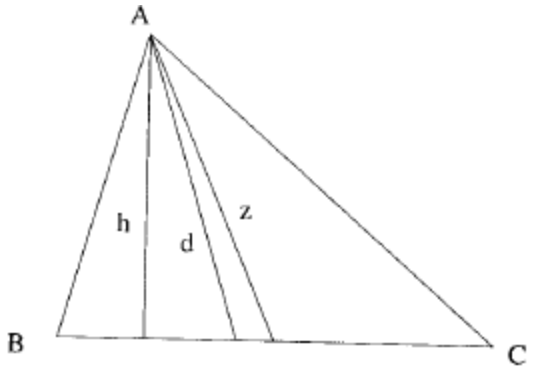
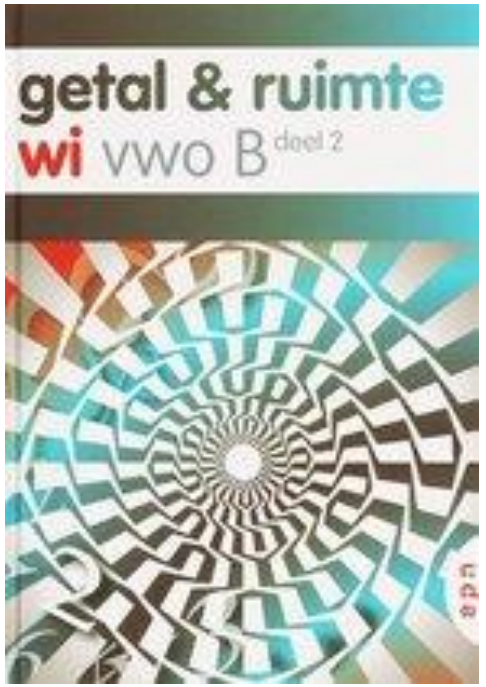


fig. 1

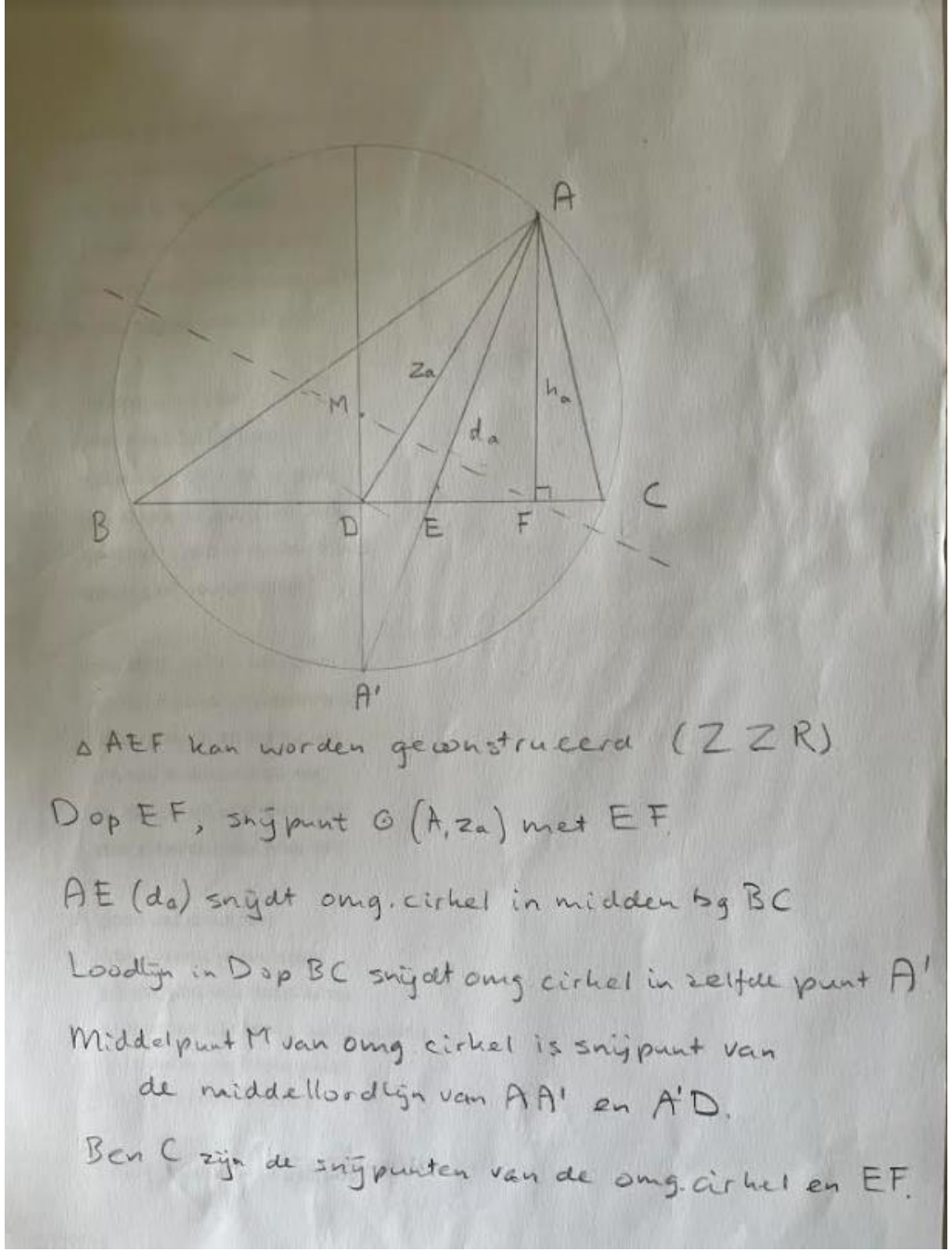




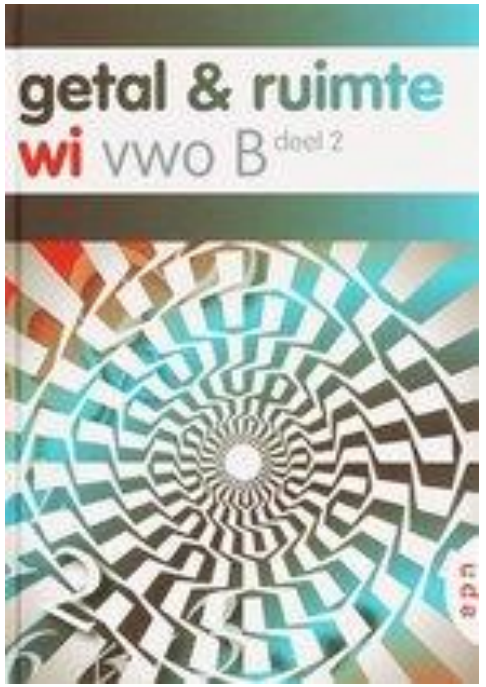
Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Antwoord

Wiskunde B in opkomst





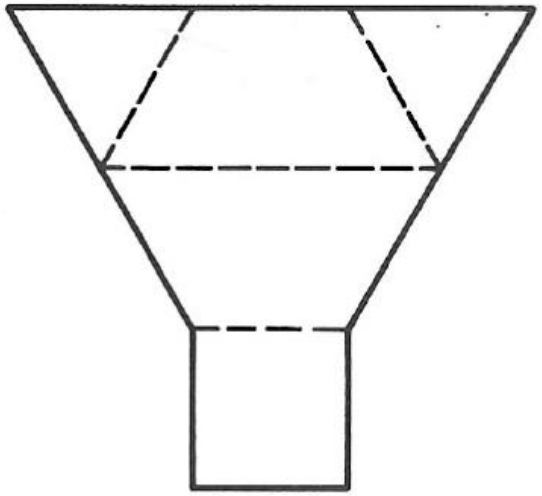


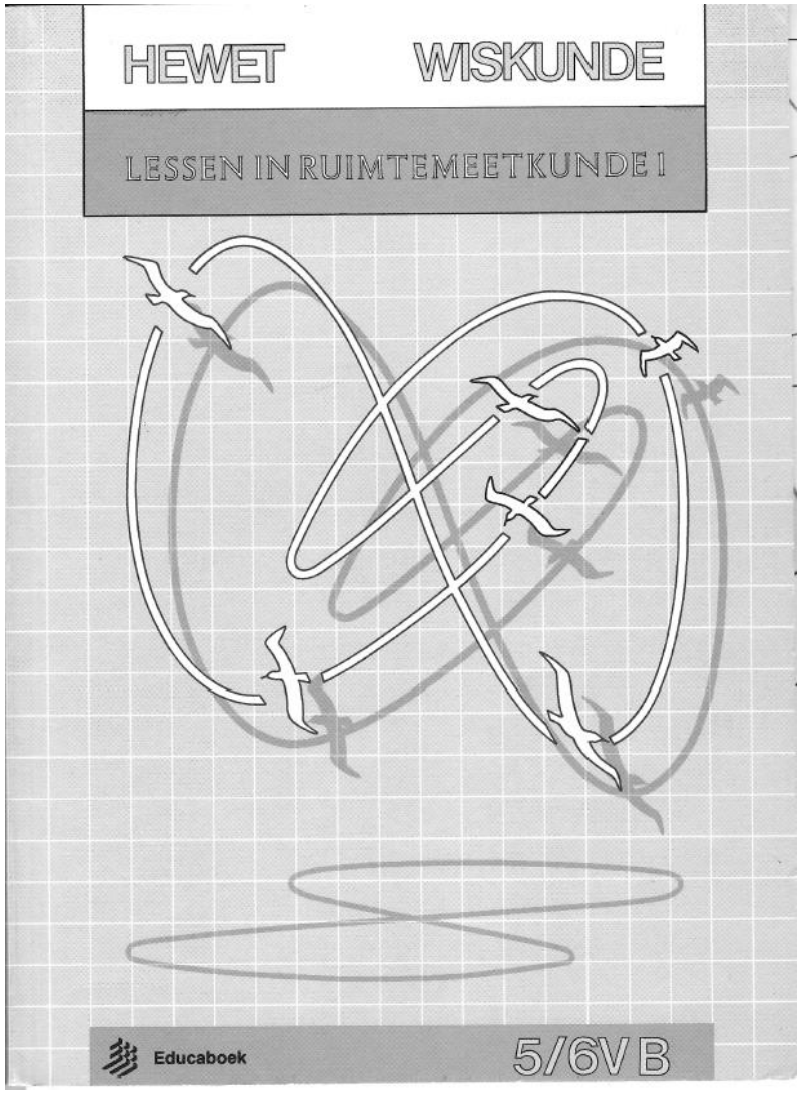
Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Opgave

Extra opgave

112 Fig. 82 is een bouwplaatje van een afgeknot prisma.
Met twee van zulke afgeknotte prisma's kan een viervlak worden gebouwd. Hoe?

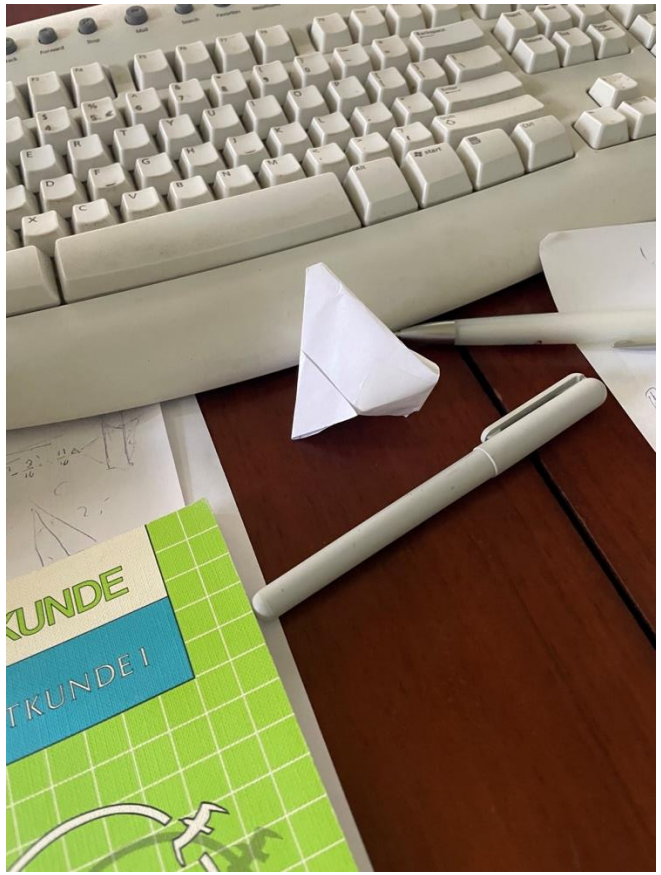


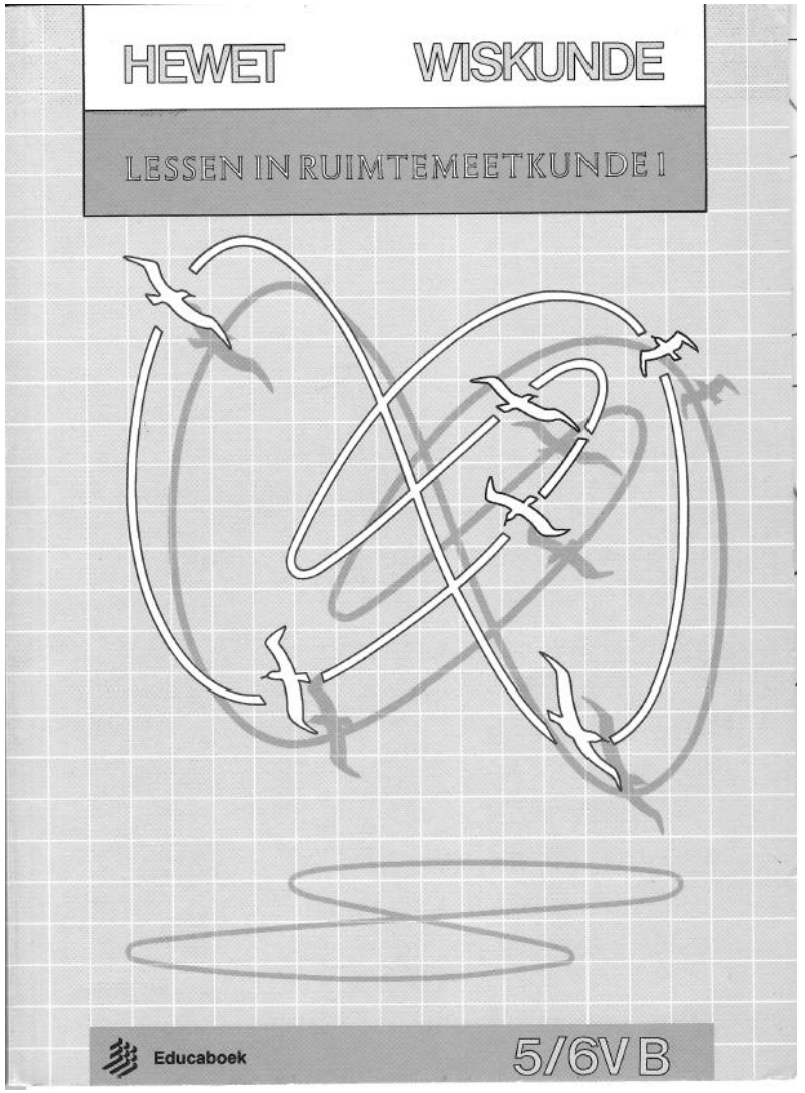


Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Wiskunde B

Antwoord





Nellie Verhoef (nellieverhoef@gmail.com)

Opgave

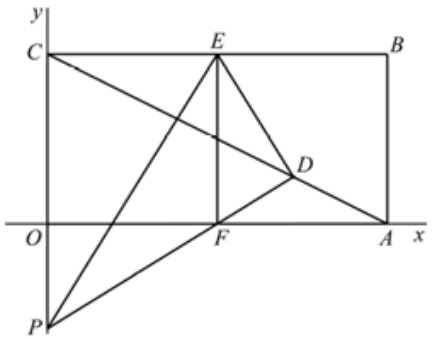
Examen wiskunde B 2023

Is Euclides hierin te vinden?

Bissectrice in een rechthoek

Gegeven is rechthoek $OABC$ met $O(0, 0)$, $A(8, 0)$ en $C(0, 4)$.
De punten F en E zijn de middens van respectievelijk OA en BC. Op de negatieve y-as ligt punt $P(0, p)$. Punt D is het snijpunt van het verlengde van lijnstuk PF en lijnstuk AC. Zie figuur 1.

figuur 1

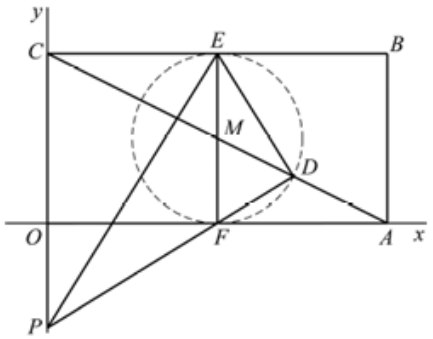


De lijn door E en F is de bissectrice van hoek PED.

5p **15** Bewijs dit voor het geval $p = -2$.

$M(4, 2)$ is het snijpunt van AC en EF. Cirkel c heeft middelpunt M en gaat door D. Afhankelijk van de positie van punt P (en dus van de waarde van p) is de cirkel groter of kleiner. Er is precies één waarde van p waarvoor cirkel c raakt aan OA en BC. In figuur 2 is deze situatie weergegeven.

figuur 2



6p **16** Bereken exact deze waarde van p.

Uitwerking

Examen wiskunde B 2023

Bissectrice in een rechthoek

15 maximumscore 5

- Een vergelijking van AC is $x+2y=8$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Een vergelijking van PF is $x-2y=4$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Dan volgt dat de coördinaten van D $(6,1)$ zijn 1
- $\overrightarrow{EP}=\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{ED}=\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ 1
- $\cos(\angle(\overrightarrow{EP},\overrightarrow{EF}))=\dfrac{\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\right|}=\dfrac{6}{\sqrt{52}}=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$ en

  $\cos(\angle(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EF}))=\dfrac{\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\right|}=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$ (dus $\angle(\overrightarrow{EP},\overrightarrow{EF})=\angle(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EF})$)

  waaruit volgt dat de lijn door E en F de bissectrice is van hoek PED) 1

of

- Een vergelijking van AC is $x+2y=8$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Een vergelijking van PF is $x-2y=4$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- De coördinaten van D zijn $(6,1)$ 1
- $\overrightarrow{EP}=\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{ED}=\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ 1
- Dus de lijn door E en P en de lijn door E en D zijn elkaars beeld bij spiegelen in de lijn EF, dus de lijn door E en F is de bissectrice van hoek PED 1

of

Uitwerking

Examen wiskunde B 2023

Vraag	Antwoord	Scores
	• Een vergelijking van AC is $x+2y=8$ (of een gelijkwaardige uitdrukking)	1
	• Een vergelijking van PF is $x-2y=4$ (of een gelijkwaardige uitdrukking)	1
	• De coördinaten van D zijn $(6,1)$	1
	• $\angle PEF=\angle EPC$ (Z-hoeken) dus $\tan(\angle PEF)=\tan(\angle EPC)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$	1
	• In driehoek $D'ED$ (met D' de loodrechte projectie van D op EF) geldt: $\tan(\angle D'ED)=\frac{D'D}{D'E}=\frac{2}{3}$ (dus $\angle D'ED=\angle PEF$ waaruit volgt dat de lijn door E en F de bissectrice is van hoek PED)	1
	of	
	• Uit de gelijkvormigheid van driehoek AOC met driehoek FOP volgt dat driehoek CPD gelijkbenig is, dus $DC=DP$	1
	• Hieruit volgt $y_D=\frac{-2+4}{2}=1$	1
	• De coördinaten van D zijn $(6,1)$	1
	• In driehoek $P'EP$ (met P' de loodrechte projectie van P op het verlengde van EF) geldt: $\tan(\angle P'EP)=\frac{P'P}{P'E}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$	1
	• In driehoek $D'ED$ (met D' de loodrechte projectie van D op EF) geldt: $\tan(\angle D'ED)=\frac{D'D}{D'E}=\frac{2}{3}$ (dus $\angle D'ED=\angle P'EP$ waaruit volgt dat de lijn door E en F de bissectrice is van hoek PED)	1

Uitwerking

Examen wiskunde B 2023

16 maximumscore 6

- Een vergelijking van c is $(x-4)^2+(y-2)^2=4$ en een vergelijking van AC is $y=-\frac{1}{2}x+4$ 1
- c snijden met AC geeft $(x-4)^2+(-\frac{1}{2}x+2)^2=4$ dus $1\frac{1}{4}x^2-10x+16=0$ 1
- Dit geeft $D\left(4+\frac{4}{5}\sqrt{5}, 2-\frac{2}{5}\sqrt{5}\right)$ 1
- Driehoek FDD'' (met D'' de loodrechte projectie van D op OA) is gelijkvormig met driehoek FPO dus $\frac{PO}{FO}=\frac{DD''}{FD''}$ 1
- Dit geeft $\frac{-p}{4}=\frac{2-\frac{2}{5}\sqrt{5}}{\frac{4}{5}\sqrt{5}}$ ofwel $\frac{-p}{4}=\frac{2\sqrt{5}-2}{4}$ 1
- Dus $p=2-2\sqrt{5}$ 1

of

- Een vergelijking van PF is $y=-\frac{1}{4}px+p$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Punt D is het snijpunt van AC met PF, dus moet gelden $-\frac{1}{4}px+p=-\frac{1}{2}x+4$ 1
- Dit geeft $D\left(\frac{4p-16}{p-2}, \frac{2p}{p-2}\right)$ 1
- $MD=2$ dus $\left(\frac{4p-16}{p-2}-4\right)^2+\left(2-\frac{2p}{p-2}\right)^2=2^2$ 1
- Herleiden tot (bijvoorbeeld) $\frac{64}{(p-2)^2}+\frac{16}{(p-2)^2}=4$ 1
- $p=2-\sqrt{20}$ ($p=2+\sqrt{20}$ voldoet niet) 1

of

- $rc_{ED}=-rc_{EP}=-\frac{4-p}{4}=\frac{p-4}{4}$ 1
- $rc_{PF}=\frac{-p}{4}$ 1
- Punt M is het midden van EF, dus EF is de middellijn van de cirkel 1
- D ligt op de cirkel, dus geldt $\angle FDE=90°$ 1
- Er moet dus gelden dat $rc_{ED}\cdot rc_{PF}=\frac{p-4}{4}\cdot\frac{-p}{4}=-1$ 1
- Dan volgt $p=2-\sqrt{20}$ ($p=2+\sqrt{20}$ voldoet niet) 1

of

Uitwerking

Examen wiskunde B 2023

Vraag	Antwoord	Scores
	• Driehoek AOC is gelijkvormig met driehoek $DD'M$ (met D' de loodrechte projectie van D op EF), dus $\frac{AO}{AC}=\frac{DD'}{DM}$ en $\frac{CO}{CA}=\frac{MD'}{MD}$	1
	• $DM=2$ en $AC=\sqrt{80}$ geeft $D'M=\frac{2}{5}\sqrt{5}$ en $D'D=\frac{4}{5}\sqrt{5}$	1
	• $D\left(4+\frac{4}{5}\sqrt{5}, 2-\frac{2}{5}\sqrt{5}\right)$	1
	• De richtingscoëfficiënt van de lijn door F en D is $\frac{2-\frac{2}{5}\sqrt{5}}{\frac{4}{5}\sqrt{5}}=\frac{1}{2}\sqrt{5}-\frac{1}{2}$	1
	• Een vergelijking van de lijn door F en D is $y=(\frac{1}{2}\sqrt{5}-\frac{1}{2})(x-4)$	1
	• Het snijpunt met de y-as is $P\left(0, 2-2\sqrt{5}\right)$ en dus is $p=2-2\sqrt{5}$	1
	of	
	• Een vectorvoorstelling van AC is $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ en een vectorvoorstelling van PF is $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}+v\cdot\begin{pmatrix}-4\\p\end{pmatrix}$	1
	• Voor het snijpunt D geldt: $\begin{cases}8-2t=4-4v\\t=p\cdot v\end{cases}$	1
	• Hieruit volgt dat voor de coördinaten van D geldt $\left(4+\frac{16}{4-2p}, \frac{-4p}{4-2p}\right)$ ofwel $\left(\frac{16-4p}{2-p}, \frac{-2p}{2-p}\right)$	1
	• $MD=2$ dus $\left(\frac{16-4p}{2-p}-4\right)^2+\left(2-\frac{-2p}{2-p}\right)^2=2^2$	1
	• Herleiden tot (bijvoorbeeld) $\frac{64}{(2-p)^2}+\frac{16}{(2-p)^2}=4$	1
	• $p=2-\sqrt{20}$ ($p=2+\sqrt{20}$ voldoet niet)	1