Wiskunde & natuurwetenschappelijke vakken en de omgang met wiskundige formules
Een inventarisatie: Waar loopt men in het hoger onderwijs tegen aan als het gaat om formules?

Peter Kop en Harrie Eijkelhof

Inleiding

Op dit moment wordt er weer gewerkt aan nieuwe examenprogramma's voor het voortgezet onderwijs. Daarbij wordt zowel naar de horizontale samenhang tussen bètavakken in het voortgezet onderwijs als naar de verticale samenhang tussen voortgezet onderwijs en hoger onderwijs gekeken. De huidige syllabi van natuurkunde bevatten veel formules maar er is beperkt aandacht voor het redeneren met formules; bij scheikunde en biologie bevatten de syllabi vrijwel geen formules. Daarnaast worden de kennis en vaardigheden van wiskunde A en B maar heel weinig benut. Bij de recente tussentijdse herziening van de syllabi natuurkunde, scheikunde en biologie is daar enige voortgang in geboekt, voor zover dat mogelijk was binnen de geldende randvoorwaarden van CvTE (geen verandering in de examenprogramma's).

Op basis van discussies met vertegenwoordigers van het hoger onderwijs bij de genoemde herziening van de NaBiSk syllabi en persoonlijke impressies lijkt het erop dat in het hoger onderwijs (HBO en WO) onvrede heerst over de wiskunde kennis en vaardigheden van eerstejaars studenten. Formules worden vaak louter als rekentuig gezien en niet als beknopte uitdrukkingen van relaties tussen variabelen, parameters en constanten die betrekking hebben op natuur en techniek. Studenten zijn meestal niet gewend te redeneren met formules en zien niet de verschillen in de manier waarop in de lessen wiskunde en de natuurwetenschappen met formules wordt omgegaan.

In veel bacheloropleidingen speelt wiskunde een steeds belangrijker rol als gevolg van veranderingen in de disciplines, zoals op het gebied van modelleren en data science. Studenten lijken daar niet goed op voorbereid. Het lijkt erop dat bij voorbeeld eerstejaars biologie, scheikunde, farmacie, aardwetenschappen, sustainability science, moleculair life sciences, en natuurwetenschap en innovatiemanagement geen goed beeld hebben van de rol die wiskunde speelt in hun gekozen vakgebied (hoeveel wiskunde en welke wiskunde).

Dit probleem is niet een louter Nederlands probleem. Ook elders spelen deze problemen met samenhang tussen de wiskunde en natuurwetenschappen in het voortgezet onderwijs. Dit probleem werd bijvoorbeeld ook tien jaar geleden in Engeland geconstateerd en heeft geleid tot flinke wijzigingen in de A-level examenprogramma's voor physics, chemistry en biology.

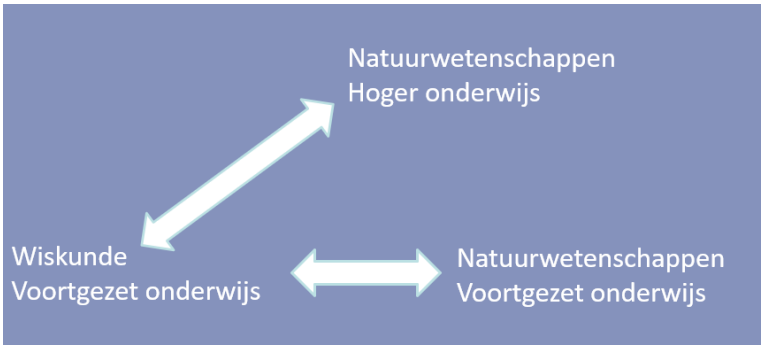
Doel project

In kader van de verticale samenhang tussen voortgezet onderwijs en hoger onderwijs zijn een drietal panelgesprekken gevoerd met docenten van verschillende bètaopleidingen uit het hoger onderwijs. Het doel van dit project is het in kaart brengen van de aard van aansluitingsproblemen met betrekking tot het omgaan met wiskundige formules bij

eerstejaars studenten in de richting natuurwetenschappen/technologische wetenschappen, met name ook (bio)medische, farmaceutische, biologische, scheikundige, geologische richtingen. De focus ligt daarbij op inhoudelijke problemen die vervolgopleidingen ondervinden in de omgang van studenten met formules, en hoe deze opleidingen daarmee omgaan. Daarnaast is gevraagd naar gewenste aanpassingen in de exacte vakken van het voortgezet onderwijs, hetgeen van belang kan zijn voor de huidige herzieningen van de examenprogramma's wiskunde en natuurwetenschappen. Dit project wordt ondersteund door de NVON en NVvW (verenigingen van docenten natuurwetenschappen resp. wiskunde).

Methode

Dit project richt zich op de samenhang tussen bètavakken in het voortgezet onderwijs (horizontale samenhang) alsmede op de verticale samenhang tussen voortgezet onderwijs en hoger onderwijs. Doel is meer inzicht te krijgen waar men tegen aan loopt bij eerstejaars studenten natuurwetenschappen met betrekking tot gebruik van wiskunde en welke aanpassingen het voortgezet onderwijs kan doen om deze overstap te verbeteren. Zie figuur.



Het gaat dus in eerste instantie niet om de aansluiting van voortgezet onderwijs op een universitaire studie wiskunde en ook niet om de aansluiting tussen natuurwetenschappen in het voortgezet onderwijs en hoger onderwijs.

In juni en oktober 2023 werden drie universiteiten bezocht voor een gesprek met docenten van eerstejaarsvakken waarin wiskunde een rol speelt. Bij de keuze van de universiteiten Leiden, Twente en Wageningen werd mede gekeken naar het aantal opleidingen waar wiskunde gebruikt wordt en naar de variëteit van universiteiten. De opleidingen werden via een contactpersoon benaderd. Deze werd gevraagd om een breed panel van docenten samen te stellen. In Leiden waren 7 docenten aanwezig, in Twente 8 docenten en in Wageningen 11 docenten.

De gesprekken duurden twee uur en hadden steeds hetzelfde format. Gestart werd met een korte introductie waarin kort de probleemsituatie geschetst werd: de horizontale en verticale samenhang (zie figuur 1 in bijlage), het gebruik van wiskunde in de syllabi en eindexamens van natuurwetenschappen (zie figuur 2), waarna de open vraag volgde: Wat ervaren jullie als knelpunten?

Hierna volgde een gesprek. Na ongeveer een uur werden de slides 1 tm 5 (zie bijlage) gepresenteerd als input voor discussie en werd gevraagd hoe men hiertegen aan keek.

Na afloop werden verslagen gemaakt. We hebben de deelnemers de mogelijkheid gegeven op de verslagen te reageren.

De opmerkingen tijdens de gesprekken hebben we getracht onder te verdelen in verschillende categorieën: opmerkingen over omgang met formules (1), suggesties voor VO m.b.t. omgang formules (2), over suggesties voor VO algemeen (3), en algemene opmerkingen (4).

Hieronder volgt per categorie een korte beschrijving van hetgeen in de verschillende gesprekken gezegd werd in de gesprekken en vervolgens wordt een korte samenvatting gegeven.

.

Categorie 1: Omgang met formules

UT: Mindset van studenten lijkt: formule is om mee te rekenen i.p.v. de formule te zien als een relatie tussen grootheden/variabelen. Dit is een attitude kwestie. Formules worden uit het hoofd geleerd en vaak vergeten omdat ze voor studenten geen 'verhaal' vertellen. Aspect van betekenis geven lijkt te ontbreken. Overweging: is de naam 'formule' slim, of zou je liever equation/vergelijking gebruiken?

- Ook lijken docent en student de weg van de minste weerstand te kiezen: ze focussen op antwoord i.p.v. inzicht. Bijv. als de docent een fysische probleemsituatie geeft, dan zoekt de student een formule erbij, vult gegevens in en lost de vergelijking op, i.p.v. expert gedrag: eerst formule omschrijven, info uit omgeschreven formule lezen, en dan pas gegevens invullen. Het lijkt dat de studenten aanpak in de wiskundelessen gestimuleerd wordt en dat in de natuurkunde lessen de expert aanpak gestimuleerd wordt. Studenten moeten mindset krijgen 'getallen invullen leidt tot niets'.
- Studenten ervaren problemen bij betekenis geven. Bijv. bij koppelen van wiskundig model (en uitkomst daarvan) aan fysische betekenis; beleving en eenheden kunnen helpen daarbij. Je zou betekenis kunnen geven aan wetten via naamgeving van wet, bijv. *spanningswet* in plaats van de *wet van Ohm*.
  Betekenis geven aan formules vanuit wiskundig standpunt kan via koppeling aan een grafiek. Deze inzichten dan fysisch interpreteren. Dan is wel afstemming in tijd nodig van wiskunde- en natuurkunde-onderwijs.
- Het lezen van formules impliceert ook 'het effect van een parameter op de uitkomsten' zien. Dit betekent ook herkennen van structuur van formule (aspecten van symbol sense)
- WUR: Formule is hulpmiddel bij denken; dit is essentieel voor academici; "nu leiden wij bij biologie studenten op die qua omgang met formules niet voorbereid zijn op het werk na de opleiding". Studenten hebben problemen met herkennen en interpreteren van formules (bijv. lezen van differentiaalvergelijking) en ook met verbanden zien tussen formules en grafieken.
- Het is nodig dat studenten precies begrijpen wat een formule zegt over de situatie, en welke randvoorwaarden er zijn; dus dat studenten formules doorzien, ook bij gebruik van andere letters als variabelen.
- Academische houding gevraagd, d.w.z. dat studenten niet de houding mogen aannemen "gebruik van wiskunde kun je me niet vragen"; studenten moeten hun kennis kunnen benutten in nieuwe situatie en niet blokkeren bij formules.
- Gebruik common sense bij interpretatie van wiskundig werk en niet te veel specifieke zaakvak interpretaties bij wiskunde. De natuurwetenschappelijke interpretaties horen bij zaakvakken. Wiskundige interpretaties van formules kunnen gegeven worden via

grafieken/covariatie. Misschien zijn basisfuncties wel voldoende en zijn complexere functies niet nodig.
- LEI: Er is probleem met houding: onzekerheid/angst om te falen bij wiskunde.
- Studenten hebben weinig kennis van eigenschappen van functies, problemen met de numerieke output van functies herkennen en schatten en een antwoord geven met variabelen; ook is er vaak gebrek aan reflectie.
- Problemen met betekenis geven, gedrag van formules beschrijven/schetsen; laag tempo bij opgaven maken.
- Tentamens met veel rekenen gaan goed maar studenten kunnen het niet vertalen naar natuurkundige context en dat vragen we ook vaak niet.
-

Samenvattend *omgang met formules*

Deze docenten ervaren dat aankomende studenten de formules in eerste plaats zien als signaal om er mee te gaan rekenen. Dit i.p.v. formules zien als een beschrijving van de relatie tussen grootheden. Essentieel is dat formules iets zeggen over de probleemsituatie. Studenten hebben problemen met het doorzien van formules en deze te interpreteren in fysische context, en op deze wijze betekenis geven aan formules. Vanuit wiskundig standpunt kan betekenis aan formules gegeven worden door de koppeling van formules aan grafieken (beschrijving van covariatie). Daarbij hoort ook kennis van kenmerken van functies.

Categorie 2: Suggesties voor VO m.b.t. omgang met formules

- UT: Besteed aandacht aan vaardigheden als schetsen van grafieken en formules interpreteren.
- N.a.v. voorbeeld van formule van Wilson: contexten moeten 'goed' zijn, ze moeten 'kloppen'. Context moet noodzakelijk zijn voor de taak.
- WUR: Pleidooi om niet steeds te rekenen met formules maar soms ook enkel redeneren, ook redeneren over bijv. coëfficiënten. Gebruik formules om de omgeving te begrijpen, en gebruik daarbij eenheden analyse (soms helpt eenheden analyse voor begrijpen, op andere momenten niet) en coördinaattransformaties.
- Aandacht voor verschil tussen wiskunde en natuurkunde bij berekeningen met formules. Bijv. bij het omschrijven met letters i.p.v. omschrijven met ingevulde waarden (v(t)=v(0)+at en v(t), v(0) en a zijn gegeven en t moet berekend worden; dan eerst (v(t)-v(0))/a=t en dan pas v(t), v(0) en a invullen);
- Wiskunde functies zodanig abstract behandelen dat de toepassingsmogelijkheden in andere vakken zichtbaar worden.
  Reactie op 'onze' opgaven: "prima, onder de indruk van opgaven, als ze dit kunnen …".
- LEI: Bij toepassingen meer aandacht nodig voor vorm/structuur formule; ook voor eigenschappen functies
- Redeneren met formules met daarbij het begrip creëren voor wat bepaalde parameters in een formule doen en betekenen.

Samenvattend Suggesties voor VO m.b.t. omgang met formules:

Besteed aandacht aan de structuur van formules en eigenschappen van functies. Aandacht besteden aan vaardigheden als schetsen van grafieken, eenheden analyse en coördinaattransformaties. Daarnaast aandacht besteden aan redeneren met formules, bijv.

over parameters. Besteed aandacht aan verschil tussen wiskunde en natuurwetenschappen m.b.t. berekeningen met formules (bij wiskunde zo snel mogelijk gegevens invullen (complexiteit reductie) terwijl bij natuurwetenschappen de formules omgeschreven worden voordat gegevens ingevuld worden, om meer inzicht in de formules te krijgen.

Categorie 3: Suggesties voor VO algemeen

- UT: Doe liever minder onderwerpen maar neem wel de tijd ervoor. Besteed tijd aan oefenen en herhaling; concentrisch lesgeven.
- Leerlingen hebben problemen met meerstaps problemen en denken vaak in hokjes.
- WUR: Doe liever enkele dingen goed dan veel dingen half en neem tijd om concepten te laten landen. Beperk de wiskundige trucs. Aandacht voor inzicht dat sommige zaken hetzelfde zijn (typen formules zoals base+ change, evenwichtssituaties, formules met andere letters doorzien, exponentiele uitdoving bij verschillende vakken, ….); ontwikkel in VO 'gevoel' dat 'dingen' hetzelfde zijn
- Aandacht voor schatten van orde van grootte bijv. via Fermi problemen (probleemsituaties waarbij de focus ligt op globale berekeningen en de orde van grootte van uitkomsten; bijv. passen alle Nederlanders op het eiland Texel?)
- LEI: Nu gebrek aan abstract denken als leerlingen op universiteit komen; besteed daar aandacht aan, omdat abstract denken steeds belangrijker wordt; o.a. voor probleem oplossen. 'Verschil tussen VO en HO m.b.t. abstract denken is enorm'. Bij abstract denken hoort ook het concreet maken.
- Suggestie om kwantitatieve leerlijn te ontwikkelen, met aandacht voor computational thinking en/of programmeren.
- Probeer samenhang in wiskundeprogramma te vinden

Samenvattend Suggesties voor VO algemeen:

Maak een samenhangend wiskundeprogramma voor VO, met aandacht voor inzicht en abstract denken. Neem de tijd voor onderwerpen. Gebruik echte contexten die aansprekend en niet artificieel zijn, en probeer bruggen te slaan tussen wiskunde en andere vakken. Wiskunde moet wel zijn eigen karakter bewaren. Denk na over een leerlijn kwantitatief denken.

Categorie 4: Algemeen

- UT: Hiaat VO-HO is gedeelde verantwoordelijkheid. Hoe zorgen we ervoor dat studenten minder stress ervaren?
- Statistiek en kansrekening is voor bijna iedere discipline nuttig; o.a. voor analyse, bepaling van nauwkeurigheid, parameters schatten, basiskansverdelingen, centrale limietstelling.
- "een bioloog kan niet zonder formules";
- WisB leerlingen lijken moeite te hebben met het toepassen van hun wiskunde kennis bij natuurkunde, maar wisB cijfer is heel voorspellend voor studiesucces.
- WUR: Verschil tussen wisA en wisB leerlingen: gros wisB leerlingen is prima voorbereid; wisA leerlingen hebben problemen; in 2^e jaar lijken die verschillen minder zichtbaar.
- LEI: Er is verschil tussen wisA en wisB leerlingen. Waarom moet wisA minder abstract zijn? WisA met combinatoriek misschien wel beter voor biologie dan wisB.
- Belang van modelleren en statistiek (ook voor wisB leerlingen)

- Problematiek van wiskunde in universitaire opleidingen: grote verschillen m.b.t. omvang van wiskunde in opleidingen en in vakken.
  Gebrek aan toepassingen bij een apart vak wiskunde: wat doen ze bij andere vakken met deze wiskunde? Wiskundedocenten voelen zich soms in vacuüm. Vaak wordt in opleidingen gekozen voor de snelle oplossingen van problemen (en de rest wordt gezien als overbodig)
- Bij wiskunde hoeft niet per se in natuurwetenschappelijke contexten gewerkt worden: het gaat primair om de wiskunde; natuurkunde, scheikunde en biologie moeten wiskunde omarmen en niet overslaan. Gebruik van voorbeelden/contexten bij de formules is nuttig mits dit aansprekende voorbeelden zijn, niet artificieel, en to-the-point. 'Wiskunde kan niet alleen de brug slaan tussen wiskunde en natuurwetenschappelijke interpretatie, dat moeten docenten natuurwetenschappen ook doen.'
- Afsluiting: kijk niet enkel naar eisen HO; studenten hebben heel veel andere dingen geleerd.

Samenvattend Algemeen:

Hiaat VO-HO wordt als een gemeenschappelijk probleem ervaren. Sommige opleidingen worstelen met de toelating van wisA leerlingen. Positie van wiskunde t.o.v. andere vakken is soms lastig: wat doen andere vakken met de wiskunde? Soms wordt er gekozen voor snelle oplossingen. Belang van statistiek wordt veel genoemd. Oproep aan HO om ook te kijken naar sterke kanten van leerlingen: wat hebben ze wel geleerd.

Terugblik op deze gesprekken.

De sfeer in alle gesprekken was zeer positief en eerstejaarsdocenten zien de overgang van VO naar HO als een gemeenschappelijk probleem van VO en HO. Ook werd regelmatig gekeken hoe de eigen opleiding verbeterd kan worden. Er wordt ook opgeroepen om te kijken naar sterke kanten van leerlingen: wat hebben ze wel geleerd in het VO.

Er bleken grote overeenkomsten tussen de gesprekken op de drie universiteiten.

We vonden ondersteuning voor het vermoeden dat aankomende studenten formules vooral zien als rekenvoorschrift en niet in de eerste plaats een relatie tussen grootheden. In ieder gesprek kwam het belang van het lezen, betekenis geven aan formules, en dat aankomende studenten daar moeite mee hebben. Het betreft de structuur van de formule doorzien, en de formule interpreteren in context. Dat interpreteren en betekenis geven kan in zowel wiskundige context als in natuurwetenschappelijke context. Betekenis geven aan formules in wiskundige context kan door een formule te linken aan een grafiek en het globale verloop van de grafiek en de kenmerken te beschrijven. De aankomende studenten hebben moeite met zowel het interpreteren en betekenis geven in wiskundige context als in natuurwetenschappelijke context. Een keer werd expliciet genoemd dat de natuurkundige interpretaties niet bij wiskundelessen horen.

Men gaf steeds aan dat het goed was als het VO (meer) aandacht zou besteden aan andere vaardigheden dan rekenen met formules, in het bijzonder werd schetsen van formules genoemd, met daarbij kennis van kenmerken van functies. Daarnaast werd ook genoemd redeneren over parameters, eenheden analyse en coördinaattransformaties. Geopperd werd dat misschien basisfuncties wel voldoende zijn en dat complexere functies voor

natuurwetenschappen niet nodig zijn. Daarnaast werd genoemd dat bij wiskunde vaak aan complexiteit reductie gedaan werd bij het rekenen met formules door eerst gegevens in te vullen en dan de berekening te maken terwijl bij natuurwetenschappen eerst de formule omgeschreven wordt om meer inzicht in de context te krijgen, en daarna pas de gegevens ingevuld worden.

Nadrukkelijk kwam aan bod dat men in het VO de tijd moet nemen om dingen goed te doen. Maak een samenhangend wiskundeprogramma en besteed aandacht aan inzicht en abstract denken. Gebruik echte contexten die aansprekend en niet artificieel zijn, en probeer bruggen te slaan tussen wiskunde en andere vakken. Wiskunde moet wel zijn eigen karakter bewaren en denk na over een leerlijn kwantitatief denken in het VO. In ieder gesprek werd het belang van statistiek voor alle leerlingen genoemd.

De docenten zagen de samenhang tussen VO en HO als een gemeenschappelijk probleem en aandachtspunt. Sommige opleidingen worstelen met de toelating van wisA leerlingen. Ook genoemd werd dat de positie van wiskunde t.o.v. andere vakken in HO soms lastig is. Oproep aan HO om ook te kijken naar sterke kanten van leerlingen en oog te hebben en te benutten wat ze wel geleerd hebben in het VO.

Conclusies

Het doel van dit project was het in kaart brengen van de inhoudelijke problemen die aankomende studenten van natuurwetenschappelijke vervolgopleidingen ondervinden in de omgang met wiskundige formules.

De gesprekken sterken ons in de overtuiging dat het redeneren met formules een prominentere rol moet krijgen in het VO, dit zowel in de wiskundelessen als in de natuurwetenschap lessen. De docenten gaven aan dat de aankomende studenten moeite hebben met het interpreteren van formules, zowel in wiskundige context als in natuurwetenschappelijke context. In de gesprekken suggereerden de docenten om meer aandacht te besteden aan het doorzien van de structuur van formules, het globale verloop van de grafieken en kenmerken van de functies, waardoor de formules meer betekenis kunnen krijgen. Dit kan in eerste instantie gebeuren in de wiskundelessen. Ook eenhedenanalyse en coördinaattransformaties zouden kunnen helpen bij dit redeneren met formules. Deze kennis en vaardigheden kunnen dan in natuurwetenschap lessen gebruikt kunnen worden om de formules te interpreteren in de natuurwetenschappelijke context.

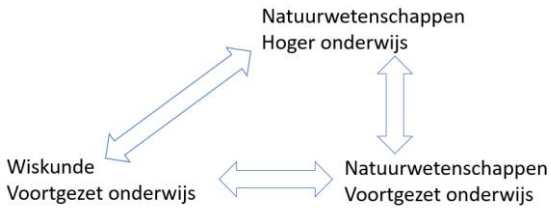
In het VO zouden de eigen manieren om betekenis te geven aan formules van wiskunde en natuurwetenschappen expliciet aan bod moeten komen. Bij wiskunde kan het gaan om het globale verloop van de grafiek en de kenmerken, bij natuurwetenschappen om het ‘verhaal’ dat de formule vertelt over de natuurwetenschappelijke context, waarbij de wiskundige kennis en vaardigheden met betrekking tot het globale verloop en kenmerken gebruikt worden. Hiervoor is afstemming in tijd wel nodig.

Hoewel de aard van wiskunde en van natuurwetenschappen verschillend is en t er dus anders naar formules gekeken wordt (zie o.a. slide 1 in bijlage) zou meer samenhang voor beide voordelig kunnen zijn. In de wiskundelessen de omgang met formules in toepassingssituaties meer aandacht kunnen krijgen. Met name dat het dan gaat om een

verband tussen grootheden, met eenheden. Eenhedenanalyse en in het bijzonder de eenheden van parameters geeft informatie over de probleemsituatie. Ook de aard van de formule in de context verdient aandacht: is de formule een definitie, een experimenteel verband, een wet of principe. De typen functies die veel bij natuurwetenschappen gebruikt worden, zoals recht evenredig, omgekeerd evenredig, exponentiële functie, enz. zouden expliciete aandacht moeten krijgen. Bij natuurwetenschappen wordt maar een beperkt aantal typen formules gebruikt. Omdat de aard van wiskunde is om te structureren en te generaliseren zullen de formules uit de natuurwetenschappen 'passen' in functie families. In het kader van samenhang zou er dan in de natuurwetenschap lessen bij een formule aangegeven moeten worden bij welke wiskundige functie familie de formule past, en welk globaal verloop en kenmerken bij wiskunde geleerd zijn. Bijvoorbeeld, bij $A(t) = A(0) \cdot (\frac{1}{2})^{t/t_{\frac{1}{2}}}$ een globale grafiek schetsen en aangeven wat de groeifactor is. Op deze wijze profiteren beide vakken van de samenhang.

Bijlage

Samenhang in beeld: horizontaal en verticaal



Figuur 1

Toelichting:
Als we naar *examens* van natuurwetenschappen kijken lijken niet zoveel inhoudelijke problemen; betreft vooral onderbouwwiskunde
Positie van formules verschilt sterk tussen de *syllabi*:

- Natuurkunde: circa 70 formules (vwo); veel aandacht voor wiskundekennis en –vaardigheden; eindterm 'redeneren met formules'
- Scheikunde: één formule (pH-waarde), bij chemisch rekenen hoeven leerlingen op het CE geen formules te gebruiken
- Biologie: geen formules in de syllabi

In *praktijk*: veel afstemmingsproblemen in tijd en gebrek transfer

- Het lijkt erop dat in HO onvrede heerst over de wiskunde kennis en vaardigheden van eerstejaars (er is niet veel onderzoek); studenten kunnen hun wiskunde niet toepassen bij natuurkunde
- Volgens HO zien studenten formules vaak louter als rekentuig en niet als beschrijving van relaties tussen variabelen.
- Het lijkt erop dat eerstejaars biologie, scheikunde, farmacie, aardwetenschappen, sustainability science, moleculair life sciences, enz. geen goed beeld hebben van de rol die wiskunde speelt in hun gekozen studie (hoeveel wiskunde en welke wiskunde)

- Het lijkt erop alsof de aansluitingsproblematiek enkel wiskunde en vervolgonderwijs betreft (het bijbehorende specifieke vak in VO blijft buiten schot)

Figuur 2

Slide 1

"wiskunde bij wiskunde is anders dan wiskunde bij natuurwetenschappen"

Interpreteren van formules vanuit wiskundig en vanuit natuurkundig perspectief

voorbeeld: $v_t = v_0 + at$

vanuit wiskundig oogpunt

Vaak met gekozen parameters:
$v_t = 20 + 9{,}8t$

- lineaire functie
- v_t bereken je via 9,8 keer t plus 20
- t is onafhankelijke variabele en v_t de afhankelijke variabele
- 20 is snijpunt met y-as en 9,8 de helling (beide constant)
- grafiek rechte lijn

vanuit natuurkundig oogpunt

- een beweging met constante versnelling; dus snelheid neemt gelijkmatig toe
- versnelling + dan snelheid groter, versnelling - dan v kleiner
- basis + verandering (basis v_0 en versnelling geeft de verandering per sec)
- eenheden in formule interpreteren en controleren

Slide 2

Wat kunnen we in VO doen?

- Aandacht voor verschil in cultuur en omgang met formules "wiskunde bij wiskunde is anders dan wiskunde bij natuurwetenschappen"
- "Je begrijpt pas formule als je het in eigen woorden kunt vertellen"
- In wiskundeles aandacht voor redeneren over covariatie van functie en gebruik dit bij natuurwetenschap-lessen

In wiskundelessen:

- Herkennen van basisfuncties en kenmerken
- Redeneren over covariatie
- Herschrijven formules
- Eenheden analyse, coördinaattransformaties als toepassing oefenen
- Aard van natuurwetenschappelijke formules bespreken

In natuurwetenschap-lessen:

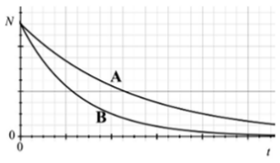
- Koppeling van natuur-context aan formules (via grafieken)

Omgaan met meer complexe formules dan die in syllabus

Slide 3

Redeneren met formules in wiskundeles
Voorbeeld 1:

Voor radioactief materiaal geldt dat het aantal atomen vermindert volgens de formule $N(t) = N(0) \cdot e^{\frac{-t}{a}}$ waarbij N(0) het aantal atomen op tijdstip 0, a een parameter die een maat geeft hoe lang die vermindering duurt, en *t* de tijd in jaren.
Op tijdstip t=0 starten twee verschillende elementen A en B met hetzelfde aantal atomen. De grafiek geeft het verval van beide elementen in de tijd.

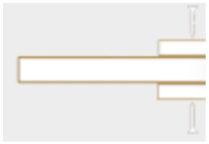


Welke element (A of B) heeft een grotere waarde van a?

Slide 4

Redeneren met formules in wiskundeles
Voorbeeld 2:

Bij een experiment wordt een plank aan een kant vastgezet. Als nu kracht uitgeoefend wordt op de andere kant dan buigt de plank door.



Voor kleine uitwijkingen u (in m) geldt voor de doorbuiging de formule:

$$u = \frac{4}{E \cdot b} \cdot (\frac{l}{d})^3 \cdot F$$

Waarbij E de elasticiteitsmodulus, b de breedte van de plank in m, l de lengte van het vrije deel in m, d de dikte van de plank in m, F de kracht in N.

a. Bepaal de eenheid van E.

Stel dat l 2x zo groot wordt en dat de uitwijking moet gelijk blijven.

b. Hoe moet de dikte d dan veranderen?
c. Maak een schets van het verband tussen u en d.

8

Slide 5

Formule van Wilson (havo wiB, 2019-1)

De geluidssnelheid in zeewater kan worden benaderd met de formule van Wilson:

$v = 1449{,}2 + 4{,}623T - 0{,}0546T^2 + 1{,}391\,(Z-35) + D/60$

- v de geluidssnelheid in m/s;
- T de watertemperatuur in ºC;
- Z het zoutgehalte van het zeewater in promille (‰);
- D de waterdiepte in m.

a. Waar staat 1449,2 voor in de formule? En wat betekent het getal 35? (nw en wi)

De geluidssnelheid in zeewater is afhankelijk van een aantal factoren.

b. Beschrijf de invloed van elk van deze factoren op de geluidsnelheid m.b.v. globale grafieken? (nw-wi)

c. Check met de gegeven formule wat de randvoorwaarden bij deze formule zijn? (nw en wi)

d. Welke fysische grootheid is gekoppeld aan de waterdiepte? (nw)

e. Waar is de formule op gebaseerd? (nw)

De formule van Wilson kan ook geschreven worden in de vorm $v=-0{,}0546(T-\ldots)^2+\ldots.+1{,}391(Z-35)+1/60\cdot D$.

f. Doe dat en zeg wat je in deze vorm beter kunt aflezen? (wi)

De formule van Wilson is benadering van de formule van Medwin (zie hiernaast)

g. Wanneer is deze benadering onnauwkeurig? (wi)

$$c = 1449,2 + 4,623T - 0,0546T^2 + 0,0003T^3 + (1,391 - 0,01T)(S - 35) + 0,017D$$

waarbij:

c = geluidssnelheid (m/s)
T = temperatuur (°C)
S = zoutgehalte (‰)
D = waterdiepte (m)