

# Voorbeeldvragen voor de examinering van het keuzedeel “Vorbereiding HBO Wiskunde voor de techniek Specifiek”

**Werkgroep Mbo-Hbo Wiskunde (onderdeel van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren) in afstemming met het Landelijk Platform Mbo-Hbo (voorheen BK16/20). Het initiatief van de voorbeeldvragen wordt ondersteund door het Sectoraal Adviescollege HTNO van de Vereniging Hogescholen.**

**Versie 21-4-2022**

**Het keuzedeel Specifiek omschrijft de te verwerven vakkennis en vaardigheden als volgt:**

De beginnend beroepsbeoefenaar:

- kent de definitie van sinus, cosinus en tangens en kent een beperkt aantal goniometrische formules.
- kent de stelling van Pythagoras, de sinus en de cosinusregel.
- kent de grafische voorstelling en de karakteristieken van een aantal standaard functies en transformaties.
- kent het algoritme voor het oplossen van een beperkt aantal ongelijkheden.
- kent de regels voor het differentiëren voor een aantal eenvoudige functievoorschriften.
- kan het begrip afgeleide en afgeleide functie omschrijven.
- Kan complexere herleidingen binnen expressies uitvoeren door substituties van getallen, van (andere) expressies en door het omwerken van formules.
- kan kennis van rekenregels, eigenschappen en begrippen gebruiken in passende technische toepassingen en binnen andere (bijvoorbeeld economische) contexten.
- kan bovenstaande rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden al naar gelang de context zowel exact als grafisch toepassen.
- kan eenvoudige realistische optimaliseringsproblemen opstellen en oplossen.
- kan wiskundige denkactiviteiten zoals: redeneren, ordenen en structureren, formules manipuleren, abstraheren en modelleren op complexer niveau inzetten in eenvoudige wiskundige en in domeinspecifieke probleemsituaties.

**Wij voegen hier aan toe, omdat deze ons onmisbaar lijkt en vermoedelijk over het hoofd is gezien:**

- kan bovenstaande kennis van rekenregels, eigenschappen en begrippen routinematig toepassen in wiskundige contexten

Bij deze ‘kale’ lijst van vaardigheden behoort een aanduiding van het niveau. Dit is het duidelijkst weer te geven in voorbeeldopgaven.

De werkgroep mbo-hbo heeft eerder een set van voorbeeldopgaven samengesteld voor het oorspronkelijke keuzedeel K0205. Deze is goedgekeurd door het landelijk Platform Mbo-Hbo en de werkgroep mbo-docenten van Math4MBO. Het Sectoraal Adviescollege Techniek (Vereniging Hogescholen) ondersteunde dit initiatief evenals de voorbeeldset, omdat hiermee mbo-docenten beter in staat worden gesteld het eindniveau van het keuzedeel te bepalen.

In het kader van de opsplitsing van K0205 in deel Breed en een deel Specifiek heeft de werkgroep de voorbeeldset verdeeld over deze twee delen. De voorliggende set betreft het deel Specifiek.

Deze wordt in het voorjaar van 2022 nogmaals getoetst op niveau door deze voor te leggen aan de landelijke opleidingsoverleggen vallende onder de sector techniek van het hbo, en aan de mbo-docenten van de werkgroep mbo-hbo, de werkgroep mbo-docenten van Math4MBO en de werkgroep RxH-Avans, initiatiefnemer van de opsplitsing.

Vanzelfsprekend is de vraag of dit eindniveau kan worden behaald afhankelijk van het aantal uren BOT en van het beginniveau. Voor wat betreft het beginniveau van het deel Specifiek gaan wij ervan uit dat de betreffende ROC voorziet in het Basisdeel of een equivalent ervan en dat de student het deel Breed met voldoende resultaat heeft voltooid. Voor wat betreft het benodigde aantal uren BOT wijzen wij erop dat voor het keuzedeel 240 klokkuren SBU staat, en dat dit zeker voldoende moet zijn mits een voldoende deel hiervan (zeg 90 uur) BOT-uren zijn. Als een ROC een lager aantal BOT-uren

hanteert, zal het navenant problematisch zijn het gewenste niveau daadwerkelijk te behalen.

We wijden hier ook nog een woord aan de 4 domeincontexten die in het hoofddocument van het oorspronkelijke keuzedeel K0205 worden genoemd. Dit onderscheid was een wens van het vervolgonderwijs, maar in de verdere implementatie bleken ROC's en examenservicebureaus veelal te hebben gekozen voor één versie. Weliswaar waren de domeincontexten in de bijlage bij het keuzedeel K0205 (de zogenaamde kruisjeslijst) gekoppeld aan een verschillend geheel van vaardigheden, maar deze bijlage heeft in het mbo de status van servicedocument en is niet bindend voor de examinering. Het onderscheid tussen de domeincontexten ligt vooralsnog in de keuze voor de gebruikte contexten van toepassingsopgaven in de uitvoering.

In onderstaande voorbeeldopgaven gaan wij uit van domeincontexten II-IV: domeinen Built Environment, Applied Science en Engineering. Voor domeincontext I: ICT zal doorgaans het (informele) Basisdeel voldoende zijn (voor zover dit op de betreffende ROC wordt uitgevoerd!). Wij gaan er verder van uit dat bij de toetsing alleen zijn toegestaan: pen, papier, geodriehoek, eenvoudige wetenschappelijk rekenmachine.

Verdere opmerkingen:

In navolging van de wijzigingen in het vernieuwde havoprogramma voor wiskunde B, zijn de volgende onderdelen hiermee in overeenstemming gebracht:

- differentieerregels zijn beperkt tot veelvoud-, som-, verschil-, product- en kettingregel (voor functies van de vorm  $f(ax + b)$ ),
- standaardafgeleiden zijn beperkt tot machtsfuncties met rationale exponent.
- de natuurlijke logaritme en het getal van Euler zijn vervallen

Onderdeel	Opgave																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a) kent de definitie van sinus, cosinus en tangens		x			x	x	x	x	x	x								
b) kent een beperkt aantal goniometrische formules									x	x								
c) kent de stelling van Pythagoras			x	x				x										
d) kent de sinusregel en de cosinusregel						x	x	x										
e) kent het algoritme voor het oplossen van een beperkt aantal ongelijkheden.														x				
f) kent de grafische voorstelling en de karakteristieken van een aantal standaardfuncties en transformaties	x								x	x	X	x	x	X				
g) kent de regels voor het differentiëren voor een aantal eenvoudige functievoorschriften															x	x	x	x
h) kan het begrip afgeleide en afgeleide functie omschrijven																x	x	
i) kan complexere herleidingen binnen expressies uitvoeren door substituties van getallen, van (andere) expressies en door het omwerken van formules	x									x								x
j) kan bovenstaande kennis van rekenregels, eigenschappen en begrippen routinematig toepassen in wiskundige contexten		x	x															
k) kan bovenstaande kennis van rekenregels, eigenschappen en begrippen gebruiken in passende technische toepassingen en binnen andere (bijvoorbeeld economische) contexten	x			x	x													x
l) kan bovenstaande rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden zowel exact als grafisch toepassen.	x		x	x	x													x
m) kan eenvoudige realistische optimaliseringsproblemen opstellen en oplossen																x	x	x
n) kan wiskundige denkactiviteiten zoals: redeneren, ordenen en structureren, formules manipuleren, abstraheren en modelleren op complexer niveau inzetten in eenvoudige wiskundige en in domeinspecifieke probleemsituaties	x			x	x											x	x	x

# Voorbeeldopgaven t.b.v. examen keuzedeel “Vorbereiding HBO Wiskunde voor de techniek Specifiek”

Versie 21-4-2022

## Opgave 1 (vakkennis en vaardigheden $f, i, k, l, n$ )

Maxwell brengt in 2021 in Nederland een nieuw elektrisch voertuig op de markt: de Maxwell Type X. De verwachting is dat de verkoopcijfers snel zullen stijgen.

Twee marketinganalisten, A. en B., hebben daar een verschillende visie op, zie de tabel hieronder:

Jaarlijks verwachte verkoop Maxwell Type X	Jaar			
	2021	2022	2023	2025
Volgens A.	2500	5000	7500	12500
Volgens B.	2500	3750	5625	12656

Uit de gegevens is te halen welke groei er volgens A. en B. zal zijn (lineair, exponentieel)

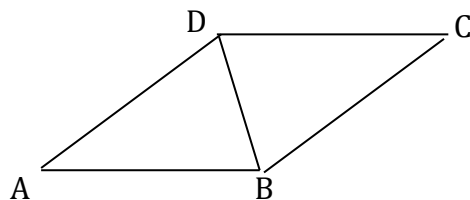
- Stel met behulp van de gegevens in de tabel de formules op die A. en B. blijkbaar hanteren.
- Bereken voor beide marktanalisten de verwachte verkoop in 2026. Geef duidelijk (met formules) aan hoe je aan je antwoord komt.

Het zou ook kunnen dat door hevige concurrentie op de elektrische automarkt de verkopen van Type X ieder jaar met 20% zullen dalen, na een verkoop van 2500 stuks in het introductiejaar 2021.

- Hoeveel zullen er volgens dit model in 2026 verkocht worden?

## Opgave 2 (vakkennis en vaardigheden $a, d, j$ )

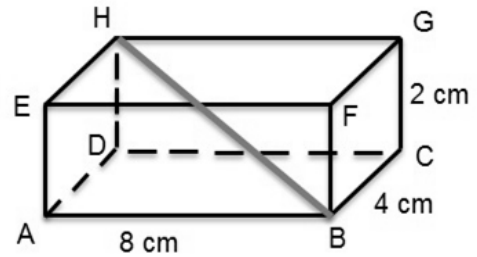
Van een ruit ABCD zijn alle zijden 15 cm en is de lengte van diagonaal DB gelijk aan 12 cm. Bereken de grootte van de 4 hoeken van de ruit.



**Opgave 3** (vakkennis en vaardigheden c, j, l)

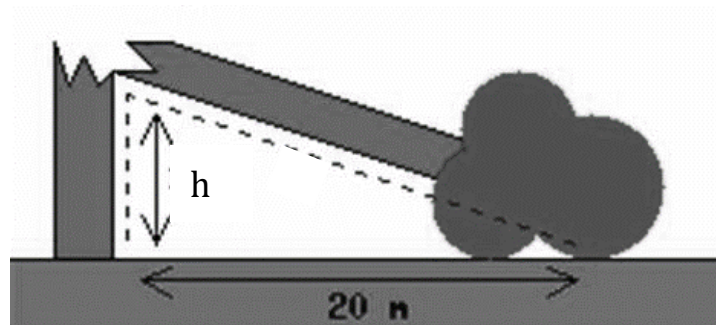
Een rechthoekig doosje heeft afmetingen 8 bij 4 bij 2 cm. Zie de figuur rechts.

Bereken de lengte van de diagonaal BH.



**Opgave 4** (vakkennis en vaardigheden c, k, l, n)

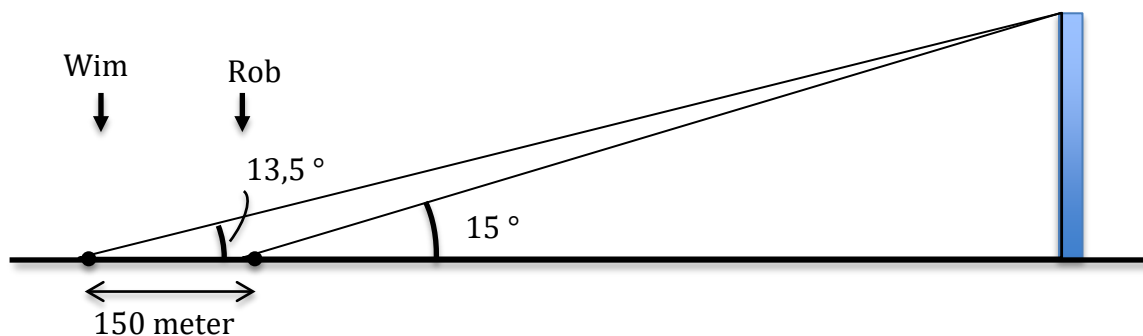
Een boom van 35 meter hoogte is door een storm geknakt. De kruin komt op een afstand van 20 meter van de stam op de grond. De stam staat loodrecht op de grond. Zie de figuur hiernaast.



Bereken de hoogte  $h$  waarop de boom is afgekapt in meters nauwkeurig.

**Opgave 5** (vakkennis en vaardigheden a, k, l, n)

Na een behoorlijke storm is de top van de zendmast bij Lopik afgewaaid. Twee ramptoeristen, Wim en Rob, besluiten te meten hoe hoog het restant nog is. Ze gaan in een rechte lijn ten opzichte van de mast staan, exact 150 meter uit elkaar en beiden aan dezelfde kant van de mast. Ze meten vanaf de grond met behulp van een hoekmeter de hoek tot de (nieuwe) top. Wim meet  $13,5^\circ$  en Rob meet  $15,0^\circ$ . Zie de figuur hieronder.



- Bereken de (nieuwe) hoogte van de zendmast. Rond af op hele meters.
- Bereken hoe ver ramptoerist Wim van de voet van de mast af staat. Rond af op hele meters.

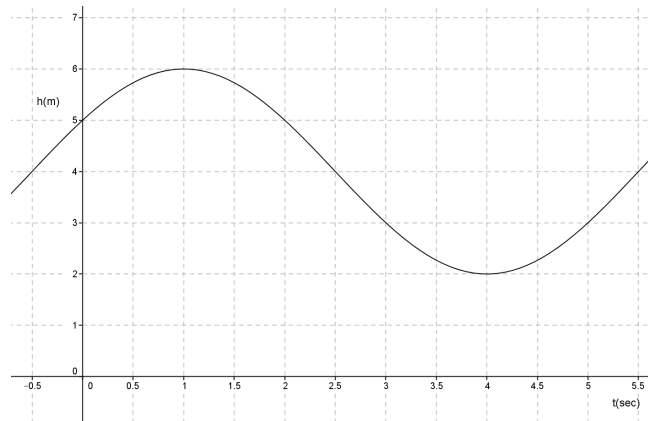


**Opgave 10** (vakkennis en vaardigheden  $a, b, f, i$ )

Gegeven is de grafiek in de figuur hiernaast, behorende bij een formule:

$$h = a + b \sin(c \cdot t + d)$$

Bepaal  $a, b, c$  en  $d$



**Opgave 11** (vakkennis en vaardigheden  $f$ )

Van een parabool is gegeven dat hij door de volgende punten gaat:  $(1 ; 7)$  en  $(0 ; 1)$ . De top van de parabool ligt op de lijn  $x = -1$ .

Bepaal de vergelijking van deze parabool.

**Opgave 12** (vakkennis en vaardigheden  $f$ )

Gegeven de functies  $f(x) = x^2 - 6x + 7$  en  $g(x) = 5x - 3$

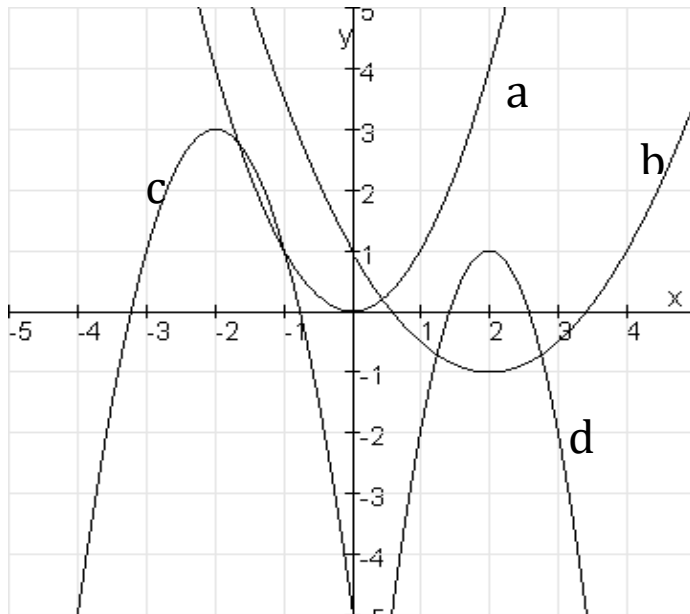
- Bereken de coördinaten van de top van de parabool.
- Bereken de coördinaten van de snijpunten van de parabool met x-as.
- Teken beide grafieken in een assenstelsel.
- Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafieken van het tweetal gegeven functies.

**Opgave 13** (vakkennis en vaardigheden *f*)

In de afbeelding hieronder worden vier parabolen getoond.

Parabool *a* is de standaardparabool  $y = x^2$ .

Bepaal van parabool *b*, *c* en *d* het functievoorschrift.



**Opgave 14** (vakkennis en vaardigheden *e*, *f*)

Los de volgende ongelijkheid op:  $\frac{2}{5}x - 2 \leq \frac{1}{2}x + 18$

**Opgave 15** (vakkennis en vaardigheden *g*)

Bepaal de afgeleide van de volgende functies:

a.  $f(x) = 5x^4 + 2x$

b.  $f(x) = 3\sqrt{x} + p^2$

c.  $f(x) = (2x + 5)^{5/2}$

d.  $f(x) = \frac{x^2}{2x+1}$

e.  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

**Opgave 16** (vakkennis en vaardigheden  $g, h, l, m, n$ )

Een fabriek maakt blikken voor de conservenindustrie. De fabrikant wil een blik met een inhoud van 1 liter maken. Hij wil daarvoor zo weinig mogelijk materiaal voor gebruiken. Welke afmetingen zal hij zijn literblikken geven?

Neem aan dat elk blik zuiver cilindrisch is. Gebruik voor 1 liter  $1000 \text{ cm}^3$

Voor het volume  $V$  van een cilinder geldt:  $V = \pi r^2 h$  (in  $\text{cm}^3$ )

Voor de oppervlakte  $A$  van een cilinder geldt:  $A = 2\pi r h + 2\pi r^2$  (in  $\text{cm}^2$ )

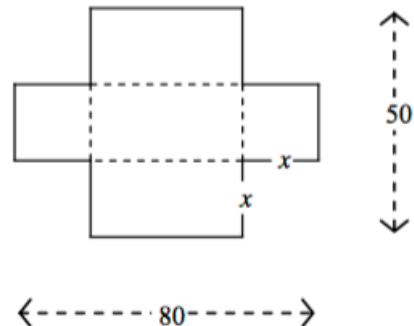
In deze vergelijkingen is  $r$ : de straal van de cilinder in cm

$h$ : de hoogte van de cilinder in cm

- Druk  $h$  uit in  $r$ .
- Druk  $A$  uit in  $r$ .
- Bereken de optimale afmetingen van het blik (d.w.z. met de minimale hoeveelheid blik voor 1 liter inhoud).

**Opgave 17** (vakkennis en vaardigheden  $g, h, l, m, n$ )

Van een rechthoekig stuk karton van 80 bij 50 cm wordt aan elke hoek een vierkantje met zijde  $x$  afgeknipt. Zie de figuur. Bereken de maximale inhoud van het doosje (zonder deksel) dat daarvan gevouwen kan worden.





**Opgave 18** (vakkennis en vaardigheden  $g, i, k, l, m, n$ )

Een paar enthousiaste mbo'ers willen een bedrijfje starten dat een rollator met allerlei snufjes op de markt gaat brengen. Ze praten met een bedrijfskundige en komen dan tot de volgende formules over aantallen en kosten.

Bij een hoeveelheid verkochte rollators per maand van  $a$  stuks en een verkoopprijs van een rollator van  $p$  euro, is de totale opbrengst  $O$  gelijk aan

$$O = a \cdot p$$

De hoeveelheid verkochte rollators per maand hangt wel af van de verkoopprijs. Het verband tussen het verkochte aantal en de prijs per stuk is:

$$a = 360 - \frac{3}{2} \cdot p .$$

Om de voorraad klein te houden, willen ze de verkochte rollators in dezelfde maand produceren. Dus het aantal geproduceerde rollators is gelijk aan het aantal verkochte rollators. De productiekosten ( $K$ ) van de rollators zijn afhankelijk van het aantal maandelijks geproduceerde rollators ( $a$ ) volgens de formule

$$K = \frac{1}{3} a^2 + 240$$

- a. Druk de opbrengst  $O$  uit in  $a$ .

De winst is (uiteraard)  $O - K$ .

- b. Voor welk aantal ( $a$ ) is de winst maximaal?  
c. Welke verkoopprijs ( $p$ ) hoort daarbij?

**Bronnen vraagstukken:**

HAN tentamenopgaven

Math4MBO

Windesheim, cursus

<http://www.henkshoekje.com>

Avans, eindtoets

HAVO examen