

# Handreiking voor instroomniveaus wiskunde van MBO'ers die technische HBO-studies willen volgen

Opgesteld door LWHW (Landelijke Werkgroep Hbo-Wiskunde)  
11 oktober 2011, revisie 18 november 2011

## Inleiding

Naar aanleiding van de conferentie Aansluiting MBO-HBO van 9 april 2010<sup>1</sup> heeft de Landelijke Werkgroep HBO-Wiskunde (LWHW) een veldonderzoek uitgevoerd onder wiskundedocenten HBO. Dat onderzoek, afgenomen in het najaar 2010 had als doel om de op de conferentie geuite instroomwensen van wiskundedocenten nader te concretiseren en te systematiseren naar sector en domein. Er is een respons van 82 docenten behaald, verspreid over de verschillende domeinen en een representatief aantal hogescholen.

Een eerste rapportage van de uitkomsten per domein is aan het Sectoraal Adviescollege HTNO aangeboden en met leden van de LWHW besproken. In overleg met het SAC HTNO is besloten om de domeingeoriënteerde uitslag van de veldraadpleging te herformuleren in een viertal in complexiteit toenemende instroomniveaus, bestaande uit samenhangende kennis- en basisvaardigheden. Deze aanpak is gekozen om

1. tegemoet te komen aan de gevarieerdheid binnen de domeinen, zoals ondermeer blijkt uit het onderscheid tussen hardere en zachtere opleidingen binnen een domein
2. regio's de gelegenheid te bieden om in onderlinge samenwerking van ROC- en hogeschool-opleidingen tot een eigen invulling te komen en om voldoende volume voor deelname te realiseren.

Met de vier instroomniveaus die wij hier presenteren, streven we dus niet na om landelijk vast te leggen aan welke eisen MBO-ers moeten voldoen voor een kansrijke instroom in het technisch HBO. Wel willen we hiermee een gemeenschappelijk kader aanreiken waardoor op een transparantere wijze over instroom-eisen kan worden gesproken, en daardoor een bijdrage leveren aan een betere voorbereiding van MBO-studenten op het HBO.

## Toelichting op de vier instroomniveaus

Er zijn enkele HTNO-opleidingen (bijvoorbeeld bepaalde informatica-opleidingen en opleidingen die niet direct gebruik maken van wiskunde) die slechts zeer lichte voorkennis op het gebied van wiskunde vragen. Het is begrijpelijk dat vertegenwoordigers van dit type opleidingen de enquête niet hebben ingevuld. Desondanks hebben we gemeend een bodem te kunnen vaststellen als het niveau dat iedere hbo-instromer zou moeten beheersen, en wel als niveau 1: het algemene basisniveau.

Voor de meeste HTNO-opleidingen gelden zwaardere eisen; uit de antwoorden van de respondenten is voor veel onderwerpen (over)duidelijk gebleken welke voorkennis minimaal vereist is en in de vooropleiding aangebracht moet zijn: alle respondenten hebben deze onderwerpen benoemd als noodzakelijk. Het totaal van deze voorkennis boven het algemene basisniveau hebben we niveau 2 genoemd: het technisch basisniveau voor de meeste technische opleidingen.

---

<sup>1</sup> Zie ook het verslag van de conferentie <http://www.nvww.nl/werkgroepen/Werkgroep-HBO> .

Over het algemeen stellen opleidingen gevarieerde nadere eisen boven het gevonden technisch basis-niveau en hebben ze hogere verwachtingen van het instroomniveau van de MBO-ers. Dit varieert van zachtere opleidingen als (delen van) bouwkunde, via applied sciences tot de harde technische studies als elektrotechniek en werktuigbouwkunde. We hebben deze niveaus opgesplitst ingedeeld in 2 niveaus, te weten niveau 3 en niveau 4.

Het resultaat van dit proces wordt gevormd door 4 concentrische instroomniveaus voor wiskunde, gerelateerd aan de gewenste voorkennis- en vaardigheidsaspecten. Te weten:

Niveau	Betekenis
1	het instroomniveau dat algemene basis-eisen (AB) voor de wiskunde-voorkennis aangeeft.
2	het niveau dat bij alle respondenten wordt aangegeven; in deze context: het technisch basis-niveau (TB) voor bijna alle HTNO-opleidingen
3	Het gevorderde technisch basisniveau (GTB) dat een uitbreiding is van niveau 2 en waarmee een groot aantal HTNO-opleidingen uit de voeten kan.
4	het vergevorderde technisch basisniveau (VTB) dat een uitbreiding is van niveau 3 en dat door de hardere HTNO-opleidingen als wenselijk is aangegeven.

### Relatie tussen de niveaus en de vooropleidingen

De vraag kan gesteld worden, wat het verband is tussen de MBO-HBO-niveaus en de havo-eindexameneisen voor de vakken wiskunde A, B en D. Is bijvoorbeeld niveau 2 gelijk aan wiskunde A, niveau 3 aan wiskunde B, en niveau 4 gelijk aan wiskunde D?

Het is niet goed mogelijk en ongewenst om de niveaus op deze manier te koppelen aan de havo-wiskunde-vakken. Weliswaar zijn de onderwerpen die wij hanteren expliciet in de havo-wiskunde-programma's geformuleerd, maar het doel van de havo-wiskunde valt niet samen met specifieke hbo-opleidingen, en ondersteunt ook andere doelstellingen zoals algemene ontwikkeling en loopbaanoriëntatie. Het betreft hier een zelfstandige MBO-HBO-meting, waardoor de vier niveaus zoals die hier zijn geformuleerd, vier verschillende selecties uit de havo-wiskunde-programma's vormen. De kwalificatiestructuur van de mbo(4) opleidingen vermeldt overigens in het geheel geen wiskundecompetenties zoals genoemd in de onderwerpen en facetten uit veldraadpleging .

Het zou daarentegen wel zinvol zijn, na te gaan in hoeverre leerlingen met verschillende achtergrond zonder verdere voorbereiding de verschillende niveaus herkennen dan wel beheersen. Indicatief kan worden ingeschat dat leerlingen met Havo-wiskunde-B de meeste onderwerpen uit niveau 3 en 4 wel herkennen, maar onvoldoende beheersen en niet (meer) paraat hebben. Dat geldt ook voor enkele onderdelen van niveau 2. Havo-wiskunde-A leerlingen herkennen, noch beheersen niveau 3, laat staan 4. Ook niveau 2 levert zonder context voor hen al veel problemen op. Voor MBO-ers uit de technische sector die geen doorstroomcursus hebben doorlopen, is het antwoord sterk afhankelijk van de betreffende ROC, maar niveau 3 en 4 zit er zeker niet in.

### Relatie tussen de niveaus en de hbo-opleidingen

Tenslotte kan worden gevraagd naar de relatie tussen de niveaus en de verschillende opleidingen. In de eerdere, domeingelateerde versie, van de instroomniveaus was deze

relatie expliciet gelegd. Het inzicht dat ook opleidingen van eenzelfde domein sterk kunnen verschillen, hebben ons evenwel doen besluiten om dit pad te verlaten en de instroomniveaus op een andere basis te funderen. Dit geeft de vrijheid voor HBO-opleidingen om het meest passende instroomniveau te kiezen.

Een zeer grove indicatie moet hier dan ook volstaan. Wij zien bijvoorbeeld niveau 1 passen bij enkele ICT-opleidingen en de enkele htno-opleiding die in het geheel geen wiskunde in het curriculum kent.; niveau 2 bij opleidingen als bouwkunde en technische bedrijfskunde, niveau 3 bij opleidingen als applied sciences, constructieve bouwkunde en civieltechnische opleidingen , niveau 4 bij opleidingen als elektrotechniek, werktuigbouwkunde en bedrijfswiskunde. Voor alles geldt echter dat deze koppeling slechts indicatief is, en dat de keuze bij de opleidingen zelf ligt.

LWHW (Landelijke Werkgroep HBO-wiskunde)

Namens deze:

Roel van Asselt

Christiaan Boudri

## Overzicht per niveau en per vaardigheid

Bij de onderstaande opsomming van parate kennis, vaardigheden en competenties geldt dat een deel (mogelijk alleen in zijn grondvorm) is behandeld in de lagere leerjaren in het MBO of het vMBO-T. Denk bijvoorbeeld aan de voorrangsregels en het werken met haakjes, eenvoudige breukvormen en wortels. Ook besteden sommige ROC's nu al aandacht aan verschillende onderwerpen en facetten. We hebben gekozen voor een geneste (concentrische) indeling met toenemende complexiteit in respectievelijk niveau 1, 2, 3 en 4.

Toelichting: In het opgestelde schema betekent een kruis in een vakje dat de betreffende vaardigheid gewenst of zeer gewenst is op het betreffende niveau. Zo is I.c (kwadraatafsplitsen) gewenst op niveau 4, en mag het ontbreken in de voorkennis op niveau 1, 2, en 3. Omdat een hbo-opleiding kiest voor een niveau als geheel, wil dit dus niet zeggen dat in de betreffende opleiding, bij een keuze voor niveau 3, het kwadraatafsplitsen onbelangrijk vindt, maar dat men dit onderdeel goed in het hbo-curriculum kan integreren.

Toelichting onderdeel I: Algebraïsche vaardigheden. In het onderdeel Algebraïsche vaardigheden kunnen op de plaats van  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  ook eenvoudige expressies staan, zoals

$$ax+b, \frac{a}{x} \text{ en } x^2.$$

De vaardigheden genoemd bij A t/m D moeten in beide richtingen kunnen worden uitgevoerd, tenzij anders is vermeld.

Voorwaarden zoals: noemers van breuken zijn ongelijk 0; vormen onder worteltekens zijn groter of gelijk aan 0, zijn niet vermeld.

---

# I. Algebraïsche vaardigheden (kruis: gewenst)

Onderwerp	Facet	Nr.	Niveau			
			1	2	3	4
<b>A. Breukvormen</b>	1. $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{A+B}{A \cdot B}$	1	X	X	X	X
	2. $\frac{1}{A} + 1 = \frac{A+1}{A}$	2	X	X	X	X
	3. $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD+BC}{BD}$	3	X	X	X	X
	4. $A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C}$	4	X	X	X	X
	5. $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$	5	X	X	X	X
	6. $\frac{\frac{A}{B}}{C} = \frac{A \cdot C}{B}$	6	X	X	X	X
<b>B. Wortelvormen</b>	1. $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$	1	X	X	X	X
	2. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$	2	X	X	X	X
<b>C. Bijzondere producten</b>	1. $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$	1	X	X	X	X
	2. $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$	2	X	X	X	X
	3. $(A+B)(C+D) = AC + AD + BC + BD$	3	X	X	X	X
	4. som-product-methode: $(A+B)(A+C) = A^2 + (B+C)A + BC$	4	X	X	X	X
	5. kwadraat afsplitsen: $x^2 + px + q$ schrijven in de vorm $(x+r)^2 + s$	5	X	X	X	X
<b>D. Machten en logaritmen</b>	1. Getal van Euler	1	X	X	X	X
	2. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	2	X	X	X	X
	3. $a^p : a^q = a^{p-q}$	3	X	X	X	X
	4. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$	4	X	X	X	X
	5. $(ab)^p = a^p \cdot b^p$	5	X	X	X	X
	6. $\frac{1}{a^p} = a^{-p}$	6	X	X	X	X
	7. $\sqrt[p]{a} = a^{\frac{1}{p}}$	7	X	X	X	X
	8. ${}^s \log(a) + {}^s \log(b) = {}^s \log(a \cdot b)$	8	X	X	X	X
	9. ${}^s \log(a) - {}^s \log(b) = {}^s \log\left(\frac{a}{b}\right)$	9	X	X	X	X
	10. ${}^s \log(a^p) = p \cdot {}^s \log(a)$	10	X	X	X	X
	11. ${}^s \log(a) = \frac{{}^p \log(a)}{{}^p \log(g)}$	11	X	X	X	X
	12. ${}^s \log(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(g)}$	12	X	X	X	X

Onderwerp	Facet	Nr.	Niveau			
			1	2	3	4
<b>E. Goniometrie</b>	1. $\sin(-x) = -\sin(x)$	1			X	X
	2. $\cos(-x) = \cos(x)$	2			X	X
	3. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	3			X	X
	4. $\sin(x) = \cos(\frac{1}{2}\pi - x)$	4			X	X
	5. $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$	5			X	X
	6. $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$	6			X	X
<b>F. 'Herleidingen' uitvoeren aan de hand van de elementen genoemd bij A - E</b>	1. via substitutie van getallen	1	X	X	X	X
	2. via substitutie van expressies	2	X	X	X	X
	3. via het omwerken van formules	3	X	X	X	X
<b>G. Vergelijkingen oplossen met behulp van algemene vormen</b>	1. $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ of $B = 0$	1	X	X	X	X
	2. $A \cdot B = A \cdot C \Leftrightarrow A = 0$ of $B = C$	2	X	X	X	X
	3. $A \cdot B = A \cdot C, A \neq 0 \Rightarrow B = C$	3	X	X	X	X
	4. $\frac{A}{B} = C \Leftrightarrow A = B \cdot C, \text{ met } B \neq 0$	4	X	X	X	X
	5. $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow A \cdot D = B \cdot C, \text{ met } B, D \neq 0$	5	X	X	X	X
	6. $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = B$ of $A = -B$	6	X	X	X	X
	7. $\sqrt{A} = B \Rightarrow A = B^2$	7	X	X	X	X
<b>H. Vergelijkingen oplossen met behulp van standaardfuncties en transformaties</b>	1. $f(ax+b)+d=e$	1			X	X
	2. $f(A) = f(B)$	2			X	X
<b>I. Vergelijkingen oplossen via algoritmen</b>	1. eerstegraadsvergelijkingen $ax+b=0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$	1	X	X	X	X
	2. tweedegraadsvergelijkingen, abc-formule $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	2		X	X	X
	3. $x^n = c \Rightarrow x = c^{\frac{1}{n}}$	3		X	X	X
	4. $g^x = a \Rightarrow x = {}^g\log(a)$	4		X	X	X
	5. $e^x = a \Rightarrow x = \ln(a)$	5		X	X	X
	6. ${}^g\log(x) = b \Rightarrow x = g^b$	6		X	X	X
	7. $\ln(x) = b \Rightarrow x = e^b$	7		X	X	X
<b>K. Vergelijkingen en ongelijkheden van het type</b>	1. $f(x) = g(x)$ grafisch	1			X	X
	2. $f(x) = g(x)$ exact	2		X	X	X
	3. $f(x) \geq g(x)$ grafisch	3			X	X
	4. $f(x) \geq g(x)$ exact	4			X	X

## II. Functies en Grafieken *(kruis: gewenst)*

Onderwerp	Facet	Nr.	Niveau			
			1	2	3	4
<b>L. Formule opstellen</b>	1. van een standaardfunctie					
	a. eerstegraads/lineaire functie	1a	X	X	X	X
	b. tweedegraadsfunctie	1b			X	X
	c. exponentiële functie	1c			X	X
	d. logaritmische functie	1d			X	X
	e. goniometrische functie	1e				X
	f. machtsfunctie	1f				X
	2. door generaliseren via getallenvoorbeelden	2				X
	3. door schakelen van formules	3				X
<b>M. Expressies herkennen</b>	1. vaststellen of een (deel)expressie behoort tot een van de volgende families					
	a. eerstegraads/lineaire functies	1a	X	X	X	X
	b. tweedegraadsfuncties	1b		X	X	X
	c. exponentiële functies	1c		X	X	X
	d. logaritmische functies	1d		X	X	X
	e. goniometrische functie	1e				X
	f. machtsfuncties	1f				X
	2. structuur van een expressie vaststellen	2				X
	3. rol van een voorkomende parameter bepalen	3				X
<b>N Karakteristieken bepalen</b>	kwalitatief redeneren over expressies of delen daarvan met betrekking tot karakteristieken als					
	1. uiterste waarden	1		X	X	X
	2. stijgen of dalen	2		X	X	X
	3. symmetrie	3			X	X
	4. asymptotisch gedrag	4			X	X
<b>O. Algebraïsche expressies reduceren en representeren</b>	1. complexe delen van een expressie vervangen door 'plaatsvervangers' zodat herkenbare expressies ontstaan	1				X
	2. flexibel kunnen wisselen tussen betekenis toekennen aan symbolen en betekenisloos kunnen manipuleren	2				X
	3. flexibel verschillende representaties van functies (formule, tabel, grafiek) kunnen inzetten en tussen deze representaties kunnen wisselen	3				X

### III. Meetkunde (kruis: gewenst)

Onderwerp	Facet	Nr.	Niveau			
			1	2	3	4
<b>P. Vlakke meetkunde</b>	1. In meetkundige, contextrijke toepassingen afstanden tussen een punt en een lijn en hoeken tussen lijnen kunnen bepalen 2. de stelling van Pythagoras kennen en kunnen toepassen 3. de sinus- en cosinusregel kennen en kunnen toepassen.	1				X
		2			X	X
		3			X	X

### IV. Differentiaalrekening (kruis: gewenst)

Onderwerp	Facet	Nr.	Niveau			
			1	2	3	4
<b>Q. Begrip afgeleide</b>	1. het begripmatig en routinematig kunnen omgaan met het begrip afgeleide van een (standaard)functie als maat voor de verandering van een functiewaarde in een bepaald punt	1		X	X	X
<b>R. Rekenen aan afgeleiden</b>	1. De som-, product- en quotiëntregel kunnen toepassen op eenvoudige enkelvoudige functies 2. de kettingregel kunnen toepassen op eenvoudige samengestelde functies	1			X	X
		2				X
<b>S. Toepassen</b>	1. binnen een beroepscontext begrippen als toename, snelheid, groei en gradiënt wiskundig kunnen beschrijven en hanteren 2. realistische optimalisatieproblemen kunnen opstellen en oplossen. 3. Het vermogen om rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden te kunnen uitvoeren zonder ICT 4. Het vermogen om rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden te kunnen uitvoeren met ICT <sup>2</sup> .	1			X	X
		2				X
		3				X
		4				

### V. Modelleren (kruis: gewenst)

Onderwerp	Facet	Nr.	Niveau			
			1	2	3	4
<b>T.</b>	1. Het kunnen vertalen van technische probleemsituaties in wiskundige termen, deze (wiskundige) problemen kunnen analyseren en kunnen oplossen, en het resultaat naar de betreffende technische context kunnen terugvertalen. 2. Het kunnen vertalen van economische probleemsituaties in wiskundige termen, deze (wiskundige) problemen kunnen analyseren en kunnen oplossen, en het resultaat naar de betreffende economische context kunnen terugvertalen.	1			X	X
		2		X		

<sup>2</sup> Mogelijk alleen voor ICT-opleidingen van belang