Voorbeeldexamen DE4 K0205

p. 1-3 OPGAVEN

p. 4-7 UITWERKINGEN

Opdracht 1 (2pnt)

Leid de volgende functie af naar x :

$$f(x) = 15x^7 + 2x$$

Opdracht 2 (2pnt)

Leid de volgende functie af naar x :

$$f(x) = x\sqrt[8]{x} + 2a$$

Opdracht 3 (2pnt)

Differentieer de volgende functie naar x:

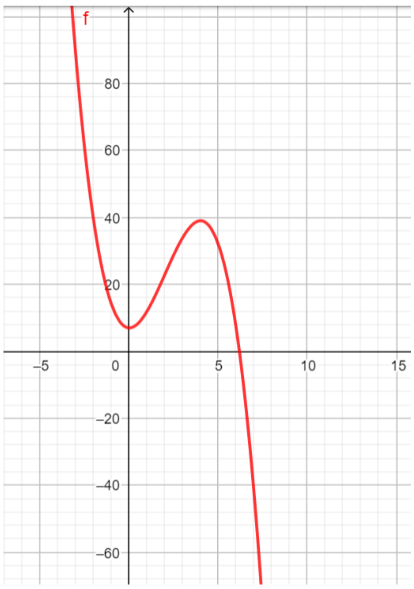
$$f(x) = \frac{4x^3 + 7}{x^2 - 1}$$

Opdracht 4 (2pnt)

Gegeven is de functie:

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 7$$

Hiernaast is de grafiek van de functie afgebeeld.



Bepaal door berekening, de vergelijking van de raaklijn aan $f(x)$ in $x = -1$.

Opdracht 5 (2pnt)

Gegeven is de functie:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + 4x$$

Een raaklijn aan de grafiek heeft een richtingscoëfficiënt die gelijk is aan 6.

Bereken de x- en y-coordinaat van het raakpunt.

Opdracht 6 (2pnt)

Leid de volgende functie af naar x :

$$f(x) = \ 4x^4 - \sqrt[3]{3x}$$

Opdracht 7 (4pnt)

Gegeven is de functie:

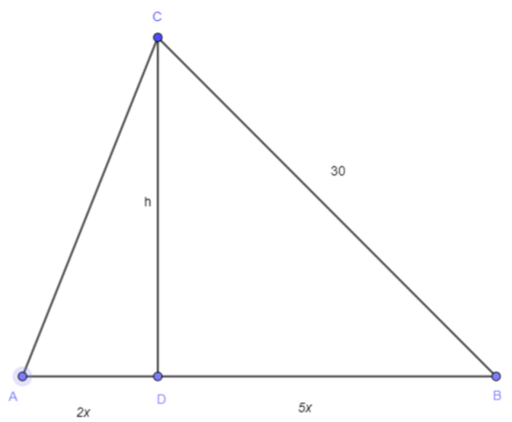
$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 6x$$

a) Bepaal de afgeleide functie
b) Los op $f'(x) = 0$
c) Geef het tekenverloop van $f'(x)$ voor $-6 \leq x \leq 4$
d) Bereken de extreme waarde(n) van $f(x)$ en geef aan of het een maximum of minimum is.

Opdracht 8 (4pnt)

Gegeven is de onderstaande driehoek.

CD staat loodrecht op AB, BC =30, AD = $2x$ en BD = $5x$.



a) Bepaal de formule van de oppervlakte A van driehoek ABC uitgedrukt in x.
b) Bepaal A'
c) Bereken de maximale oppervlakte van driehoek ABC

Opdracht 9 (2pnt)

Differentieer de volgende functie naar a:

$$f(a) = \frac{-3ax^4 + 4}{a^3 + a}$$

Opdracht 10 (4pnt)

Van een metro wordt de afgelegde weg (S) voor een t tussen 0 en 5 seconden gegeven door de functie

$$S(t) = at^3 + 3t^2 + t$$

a) Bepaal de formule $v(t)$ van de snelheid als een functie van de tijd t.
b) Als na 4 seconden de snelheid 21,8 m/s is, bereken dan de afgelegde weg op dat tijdstip.(2 decimalen)

EINDE

Voorbeeldexamen DE4 K0205

UITWERKINGEN

Opdracht 1 (2pnt)

Leid de volgende functie af naar x :

$$f(x) = 15x^7 + 2x$$

Antwoord: $f'(x) = 105x^6 + 2$

Opdracht 2 (2pnt)

Leid de volgende functie af naar x:

$$f(x) = x\sqrt[8]{x} + 2a$$

Antwoord: $x\sqrt[8]{x} = x * x^{\frac{1}{8}} = x^{\frac{9}{8}}$; $f'(x) = \frac{9}{8}x^{\frac{1}{8}}$

Opdracht 3 (2pnt)

Differentieer de volgende functie naar x:

$$f(x) = \frac{4x^3 + 7}{x^2 - 1}$$

Antwoord: $f'(x) = \frac{12x^2(x^2-1)-2x(4x^3+7)}{(x^2-1)^2}$

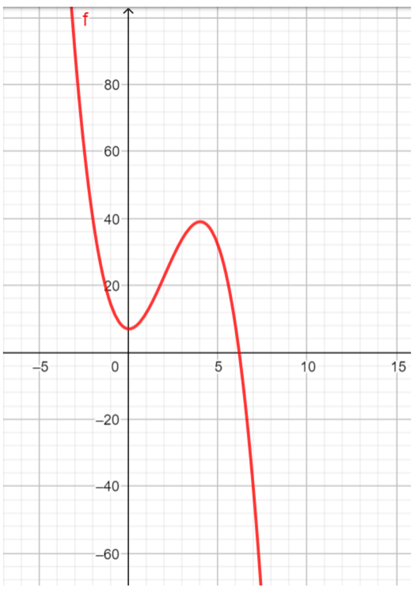
Opdracht 4 (2pnt)

Gegeven is de functie:

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 7$$

Hiernaast is de grafiek van de functie afgebeeld.

Bepaal door berekening, de vergelijking van de raaklijn aan $f(x)$ in $x = -1$.



Antwoord:

$f'(x) = -3x^2 + 12x$
$f'(-1) = -3(-1)^2 + 12 * -1 = -15\ (rc)$
$f(-1) = -(-1)^3 + 6(-1)^2 + 7$
$f(-1) = 14 \rightarrow raakpunt\ grafiek\ R(-1\,, 14)$
$vergelijking\ raaklijn: y = ax + b$
$y = ax + b$
$14 = -15(-1) + b$
$b = 14 - 15 = -1$
$vergelijking\ raaklijn: y = -15x - 1$

Opdracht 5 (2pnt)

Gegeven is de functie:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + 4x$$

Een raaklijn aan de grafiek heeft een richtingscoëfficiënt die gelijk is aan 6.

Bereken de x- en y-coordinaat van het raakpunt.

Antwoord: $f'(x) = \frac{4}{3}x + 4 = 6$

$\frac{4}{3}x = 2$

$\boldsymbol{x - coördinaat} \rightarrow x = 1{,}5$

$\boldsymbol{y - coördinaat} \rightarrow f(1{,}5) = \frac{2}{3}(1{,}5)^2 + 4 \times 1{,}5 = 7{,}5$

Opdracht 6 (2pnt)

Leid de volgende functie af naar x:

$$f(x) = 4x^4 - \sqrt[3]{3x}$$

Antwoord: $\sqrt[3]{3x} = (3x)^{\frac{1}{3}}$

$f'(x) = 16x^3 - \frac{1}{\sqrt[3]{(3x)^2}}$

Opdracht 7 (4pnt)

Gegeven is de functie:

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 6x$$

a) Bepaal de afgeleide functie

Antwoord: $f'(x) = -\frac{3*2}{3}x^2 - 4x + 6 = -2x^2 - 4x + 6$

b) Los op $f'(x) = 0$

Antwoord: $f'(x) = 0$

$-2x^2 - 4x + 6 = 0$

$-2(x^2 + 2x - 3) = 0$

$(x + 3)(x - 1) = 0$

$(x + 3) = 0 \;\; of \;\; (x - 1) = 0$

$x = -3 \;\; of \;\; x = 1$

c) Geef het tekenverloop van $f'(x)$ voor $-6 \leq x \leq 4$

Antwoord:

$f'(x)$	− − − 0 + + + 0 − − −
x	-3 1

d) Bereken de extreme(n) waarden van f(x) en geef aan of het een maximum of minimum is.

Antwoord: $f'(x) = 0$

Zie hierboven: $x = -3$ of $x = 1$

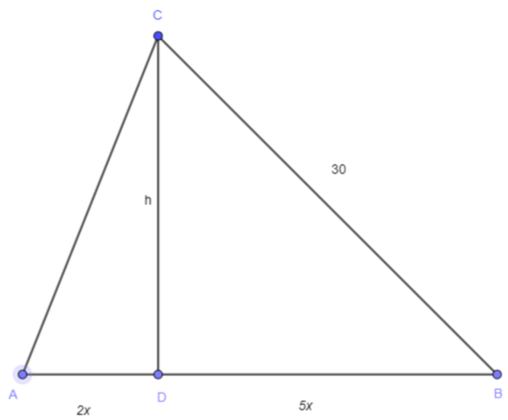
$f(-3) = -18$ is een (lokaal) minimum

$f(1) = 3\frac{1}{3}$ is een (lokaal) maximum

Opdracht 8 (4pnt)

Gegeven is de onderstaande driehoek.

CD staat loodrecht op AB, BC =30, AD = $2x$ en BD = $5x$.



d) Bepaal de formule van de oppervlakte A van driehoek ABC uitgedrukt in x.

Antwoord:

$$A = \frac{1}{2} * basis * hoogte$$

$$A = \frac{1}{2} * (2x + 5x) * CD$$

$$A = \frac{1}{2} * (2x + 5x) * \sqrt{30^2 - 25x^2}$$

$$A = \frac{1}{2} * 7x * \sqrt{900 - 25x^2} = 3{,}5x * \sqrt{900 - 25x^2}$$

e) Bepaal A'

Antwoord:

$$A' = 3{,}5x * (900 - 25x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$A' = 3{,}5 * (900 - 25x^2)^{\frac{1}{2}} + 3{,}5x * -\frac{25x}{\sqrt{900 - 25x^2}}$$

$$A' = \frac{3{,}5 * (900 - 25x^2) + 3{,}5x * -25x}{\sqrt{900 - 25x^2}}$$

f) Bereken de maximale oppervlakte van driehoek ABC

Antwoord: $A' = \frac{\cancel{3{,}5} * (900 - 25x^2) + \cancel{3{,}5} x * -25x}{\sqrt{900 - 25x^2}} = 0$

$(900 - 25x^2) + x * -25x = 0$

$900 - 25x^2 - 25x^2 = 0$

$900 - 50x^2 = 0$

$900 = 50x^2$

$x = \sqrt{\frac{900}{50}} = \sqrt{18} \approx 4{,}24$

$A(\sqrt{18}) = 3{,}5(\sqrt{18}) * \sqrt{900 - 25(\sqrt{18})^2}$

$A(\sqrt{18}) = 315$

of

$A(4{,}24) = 3{,}5(4{,}24) * \sqrt{900 - 25(4{,}24)^2}$

$A(4{,}24) = 314{,}998.. \approx 315{,}00$

Opdracht 9 (2pnt)

Differentieer de volgende functie naar a:

$$f(a) = \frac{-3ax^4 + 4}{a^3 + a}$$

Antwoord: $f'(a) = \frac{-3x^4(a^3 + a) - \left((3a^2 + 1)(-3ax^4 + 4)\right)}{(a^3 + a)^2}$

Opdracht 10 (4pnt)

Van een metro wordt de afgelegde weg (S) voor een t tussen 0 en 5 seconden gegeven door de functie

$$S(t) = at^3 + 3t^2 + t$$

c) Bepaal de formule $v(t)$ van de snelheid als een functie van de tijd t.

Antwoord: $S'(t) = v(t) = 3at^2 + 6t + 1$

d) Als na 4 seconden de snelheid 21,8 m/s is, bereken dan de afgelegde weg op dat tijdstip.(2 decimalen)

Antwoord: $v(4) = 3a(4)^2 + 6(4) + 1 = 21{,}8$

$48a + 24 + 1 = 21{,}8$

$48a = -3{,}2$

$a = \frac{-3{,}2}{48} = \frac{-1}{15} \approx -0{,}067$

$S(4) = -\frac{1}{15}(4)^3 + 3(4)^2 + 4 = 47{,}733 \approx 47{,}73$

of

$S(4) = -0{,}067(4)^3 + 3(4)^2 + 4 = 47{,}712 \approx 47{,}71$