



Historische Kring  
Reken- en Wiskunde Onderwijs

## Nieuwsbrief nummer 16

december 2009

Bestuur: Danny Beckers, Marjolein Kool, Jan van Maanen, Ed de Moor, Harm Jan Smid  
Secretariële ondersteuning: Mariozee Wintermans (FI)

### Aankondiging Symposium XVI

Het volgende symposium, nummer 16, zal gewijd zijn aan een maar al te bekend fenomeen: de examens, en dat onder de toepasselijke titel:

## **BLOED, ZWEET en TRANEN ...!**

### **Examens als spiegel van veranderingen in het reken- wiskundeonderwijs**

Als programma's veranderen, doen examens dat ook. Door naar examens te kijken kun je zien wat een nieuw programma in de praktijk gaat betekenen. Door dat te vergelijken met de oorspronkelijke bedoelingen krijg je ook zicht op wat er van die bedoelingen uiteindelijk is waargemaakt. Daarnaast kunnen examens ook veranderen zonder dat het formele programma verandert. Nieuwe ideeën over wat goed wiskundeonderwijs is en nieuwe hulpmiddelen kunnen examens op termijn beïnvloeden, zodat na verloop van tijd, de examens een ander karakter hebben gekregen, zonder dat het formele programma veranderd is. In het zestiende symposium van de HKRWO willen we aan beide aspecten aandacht besteden.

- De CITO-toets. Deze toets is al ongeveer veertig jaar bepalend voor de toelating tot het voortgezet onderwijs en rekenen speelt daarbij een belangrijke rol. In die veertig jaar zijn er grote veranderingen geweest in de opvattingen over het rekenen, denk maar aan de invloed van Wiskobas en het realistisch rekenen. Wat betekende dat voor de CITO-toets?  
*Spreker:* Joop Bokhove
- Mavo-LBO. Voor de oude mulo en het beroepsonderwijs zijn de veranderingen eind jaren zestig enorm groot geweest, en misschien is de invloed van de *New Math* daar nog wel het grootst geweest. Inmiddels is dat alweer lang verleden tijd en heeft het realistische wiskundeonderwijs zijn invloed doen gelden. Wat heeft dat allemaal betekend voor de examens en diegenen die daarmee te maken hadden: leerlingen en leraren?  
*Spreker:* Nanda Querelle
- Wiskunde A op havo/vwo. De Hewet- en Hawex-ontwikkelingen uit de jaren tachtig brachten een heel nieuw vak in het wiskundeonderwijs: wiskunde A. Er leefden oorspronkelijk ook allerlei vernieuwende ideeën over hoe dat vak

geëxamineerd moest worden. Wat is daarvan terecht gekomen en welke rol hebben de wiskunde A-examens gespeeld bij de ontwikkeling van dat vak tot een 'gewoon' schoolvak?

*Spreker:* Kees Lagerwaard

- Wiskunde B op havo/vwo. Het analyseonderdeel van wiskunde B is lange tijd in formele zin grotendeels ongewijzigd gebleven. Toch waren de analyseopgaven anno 2000 heel anders dan in de jaren zeventig. En zijn we nu weer op de weg terug? Welke trends zijn herkenbaar en wat vinden we daar achteraf van?

*Spreker:* Wim Groen

Symposium XVI vindt plaats op **zaterdag 24 april 2010** in de Hogeschool Domstad, Koningsbergerstraat 9 in Utrecht (een paar minuten lopen van CS Utrecht).

Inloop en koffie vanaf 9.30 uur, start programma 10.15uur, einde rond 15.30 uur.

**Aanmelden en kosten:** door het zenden van een e-mail aan Harm Jan Smid: h.j.smid@ipact.nl, onder gelijktijdige overmaking van € 25 op girorekening 4657326, t.n.v. HKRWO Leiden. Inbegrepen zijn koffie, thee en fris, en een goed voorziene lunch.

**Let op: anders dan tot nu toe gebruikelijk is het symposium dit keer op een zaterdag in april!** De verklaring is simpel: door de combinatie van de feestdagen en de bijbehorende vakanties, en de data waarop de eindexamens vallen, waren de zaterdagen in mei minder geschikt. Daarom is deze keer voor een zaterdag in april gekozen.

### **Verslag Symposium XV van 16 mei 2009**

Marjolein Kool opende het vijftiende symposium met een speciaal dankwoord aan de buitenlandse gasten en de verheugende mededeling dat we qua aantal inschrijvingen dit jaar een topper beleven.

De eerste spreker van het symposium was Willem Uittenbogaard, die onder de titel 'combinatoriek in het rekenonderwijs' verhaalde over de combinatoriek in het Wiskobas-project. Uit eigen ervaring met voorbeelden uit het FI-archief vertelde hij over het werk aan de beide takken van het project. Enerzijds bestond er de tak van Ed de Moor en Edu Wijdeveld, die zich vooral inspanden voor de ontwikkeling van bijscholingstrajecten en lesmateriaal. Anderzijds was er de tak van Fred Goffree en Huub Jansen, die zich vooral toelegden op ontwikkeling van materiaal voor de pedagogische academies. De spreker toonde een aantal voorbeelden van materiaal over combinatoriek die in beide takken ontwikkeld werd. Het Wiskobas-project kenmerkte zich door de landelijke aanpak, waarin evaluaties van het gebruik van materiaal tot een democratische leerplanontwikkeling zouden moeten leiden. Die methode ontmoette scepsis, maar was volgens het Wiskobas-team zelf (bij monde van Henk Meijer) zeer succesvol.

Vervolgens maakte Willem Uittenbogaard een excursie naar de hedendaagse situatie. Combinatoriek en kansrekening komen nauwelijks nog in het curriculum voor, zo liet hij zien aan de hand van een aantal pagina's uit de meest gebruikte rekenmethoden. Daar stond tegenover dat combinatoriek spelenderwijs wel in talentenonderzoek wordt gebruikt. De spreker trakteerde de toehoorders op een aantal voorbeeldfilmpjes die daarvan getuigden.

Als tweede spreker trad Ed de Moor op, met een verhaal getiteld Geschiedenis van de wiskunde voor alpha's. Hij vertelde ons dat na de herziening van het examenprogramma voor het gymnasium in 1958, geschiedenis van de wiskunde een mogelijk keuzeonderdeel was geworden. Voor gymnasium  $\alpha$  waren kwadratische functies verplichte kost, en daarnaast dienden twee onderdelen gekozen te worden

uit een lijst van vijf, waaronder kansrekening / statistiek en geschiedenis. Ed de Moor vertelde uit eigen ervaring. Hij gebruikte bij zijn lessen geschiedenis van de wiskunde voor de alfa-leerlingen van het Barlaeusgymnasium het boek van Lucas Bunt, 'Van Ahmes tot Euclides', geschreven met medewerking van dr. C. Faber-Gouwentak, D. Leujes, Dr. H. Mooij en Zr. E.A. de Jong. De Moor ging met zijn gehoor hoofdstuksgewijs, aan de hand van veel voorbeelden en terugblikken op de eigen lessen, door de stof van dat boek, eindigend bij de niet-Euclidische meetkunde (meetkunde op de bol) die ontstaat door ontkenning van het parallellenpostulaat.

Tijdens het mondelinge examen werd tien minuten besteed aan algebra, en tien minuten aan elk van de beide keuzeonderwerpen. Met betrekking tot het onderdeel geschiedenis kon de examinerator variëren, zo herinnert De Moor zich: de vragen gingen over Euclides voor de goede leerlingen; Egyptisch rekenen liet hij aan bod komen bij de minder goede leerlingen.

De Moor vond het vak een succes, maar een objectieve analyse heeft er nooit plaats gevonden. De Moor vond het zelf in elk geval een leuk vak om te geven, gymnasiasten onder elkaar vonden het ook leuk. Na 1973 is geschiedenis een keuzeonderwerp geworden, en tegenwoordig is het slechts een onderwerp voor praktische opdrachten en scripties. De huidige pogingen om het in wiskunde-C op te nemen beziet De Moor met enige scepsis. Hij eindigde met een pleidooi voor opname van geschiedenis van de wiskunde in het wiskundeonderwijs; verplicht in de lerarenopleiding.

Met een korte uitloop van 15 minuten begon Harm Jan Smid om 12:15 uur met de presentatie van de resultaten van een enquête die de HKRWO afgelopen jaar onder de deelnemers van de symposia gehouden had.

Tijdens een plezierige lunch was er alle ruimte om met elkaar van gedachten te wisselen. Daarna nam historicus David Baneke ons mee terug in de tijd, en uit het wiskundeonderwijs zelf. Hij nam ons mee naar de maatschappelijke en culturele context waarin onderwijsdiscussies in de eerste helft van de twintigste eeuw zich afspeelden. Hij nuanceerde de heftigheid van de discussies enigszins met de woorden van J.A. Barrau, die in zijn 'De onbemindheid der wiskunde' (1926) schreef:

"Vriendschap en vijandschap jegens de wiskunde aan onze middelbare scholen zijn zoo oud als deze inrichtingen zelf en er zal wel niemand onder u zijn, die door deze mededeeling als door eene opzienbarende onthulling wordt getroffen."

Evenwel werd er heftig gedebatteerd over de inrichting van het wiskundeonderwijs, en Baneke verklaarde ons waar die debatten uit voortkwamen. In het begin van de 20ste eeuw speelden er discussies over wetenschap en onderwijs en hun rol in de samenleving. De crisis der zekerheden, zoals die werd beleefd rond 1900, verhevigde tijdens de Eerste Wereldoorlog. Was men gedurende de tweede helft van de negentiende eeuw optimistisch ten aanzien van de mogelijkheden van wetenschap, rond 1900 sloeg die stemming om in cultureel pessimisme. Met de woorden van Gerard Heijmans (1909): 'de negentiende eeuw was een langen Sint-Nicolaasavond'. Het cultureel onbehagen werd aangewakkerd door de maatschappelijke veranderingen: zowel politieke als sociale structuren veranderden. Baneke beschreef de zorgen die mensen zich maakten over de toenemende complexiteit van het leven: mensen veranderden van baan in plaats van hun hele leven een beroep uit te oefenen; het aantal echtscheidingen ging in de richting van de 2%; informatie kwam sneller tot ons, reizen ging sneller. Het fin de siècle-gevoel maakte mensen vooral benauwd voor wat er na dat tijdperk kwam ...

Wetenschap was, in de ogen van velen, eigenlijk de veroorzaker van de crisis der zekerheden. Ook wetenschappers vroegen zich af of ze de mens niet uit het oog hadden verloren. Met de kwantummechanica en de relativiteitstheorie werden oude zekerheden omvergeworpen. Welke politieke of maatschappelijk visie men ook

aanhang, het was voor iedereen duidelijk dat het onderwijs een centrale rol moest krijgen in de samenleving: van de volgende generatie werd verwacht dat die WEL goed opgewassen moest zijn tegen de moderne maatschappij. Vandaar ook de populariteit van allerlei nieuwe stromingen in het onderwijsveld: Montessori, Steiner, etcetera. Samenhang tussen feiten, en de wijze waarop samenhangen te ontdekken, werd als belangrijk gezien; meer losse feiten leidden alleen maar tot verdere overlading van het examenprogramma. Met name onder natuurkundigen was er groot enthousiasme voor onderwijsvernieuwing. Casimir en Kohnstamm zagen bijvoorbeeld oplossingen in een nieuwe school: het lyceum was hun baken. In die nieuwe onderwijsvorm werden talen en exacte wetenschap gebundeld.

Onder wiskundigen leefden deze ideeën veel minder. De wiskundige zekerheden waren met het intuïtionisme van Brouwer dan ook veel minder aan het wankelen gebracht dan het zich voor sommige niet-wiskundigen liet aanzien. Onderwijsvernieuwingen in de wiskunde werden dan ook vooral door relatieve buitenstaanders beleden: een filosoof als Bolland, of een Russische intellectueel als mevrouw Ehrenfest, bekend in kringen van Nederlandse fysici en onderwijsvernieuwers. Ze kregen geen voet aan de grond. De wiskundigen zelf, E.J. Dijksterhuis voorop, hielden vast aan een welhaast negentiende-eeuws onderwijsideaal. Zij ontkenden het bestaan van een speciale wiskundige begaafdheid en zagen geen echte kloof tussen alfa en bèta. Euclides in het Grieks lezen loste in hun optiek veel op. Daartegenover stond de vernieuwende stroming van Kohnstamm, die zich ook veel minder elitair opstelde. In wiskundige kringen was het een uitzondering om zoals Gerrit Mannoury (1914) te zeggen:

‘Wie een paar jaar ons meetkunde-onderwijs-naar-het-oude-recept geslikt heeft, diens keelgat is wijd genoeg geworden, om nu ook alles te slikken .... tot Hegel en de wereldoorlog inclusief!’

Baneke concludeerde dat het vooral de verschillende achterliggende visies op cultuur en maatschappij waren, die maakten dat de discussies over wiskundeonderwijs zo enorm heftig verliepen.

Na de koffiepauze liet Michel Roelens ons via zijn eigen schoolschrift uit 1972 kennis maken met de verzamelingenleer. Voor 1968 werd op Belgische scholen klassieke wiskunde gedoceerd: rekenkunde, algebra, driehoeksmeting, analytische meetkunde, beschrijvende meetkunde en klassieke (Euclidische) meetkunde. In dat laatste vak stond vooral bewijzen voorop.

Volgens diverse academici in de jaren vijftig en zestig was het wiskundeonderwijs niet meegeëvolueerd met de vernieuwingen in de wiskunde zelf. De ontwikkelingen in de wiskunde zelf, maar ook in de leerpsychologie (Piaget) en de maatschappelijk-politieke ontwikkelingen (de koude oorlog en de bijbehorende technologische wapenwedloop) maakten dat er een klimaat ontstond waarin ruimte was voor nieuwe ideeën. In België werd George Papy, van de Université de Bruxelles, gevraagd om experimenteel onderzoek te helpen opzetten. In de jaren 1958-1960 werd te Arlon, Brussel en Luik begonnen aan experimenten met nieuwe methoden aanvankelijk rekenen aan een aantal kleuterleidstersopleidingen. De ontwikkelingen kwamen in de jaren zestig in een stroomversnelling. In 1961 werd het Belgisch Centrum voor Methodiek en het nieuwe wiskundetijdschrift Nico opgericht. In heel België kwamen werkgroepen bijeen en werd nascholing opgezet.

In 1963 sprong Papy met zijn *Mathématique Moderne* in het ontstane of gewaande gat voor het voortgezet onderwijs. De bedoelingen die Papy had met zijn onderwijs waren:

1. Eén wiskunde (geen verschillende onderdelen als algebra en meetkunde met onduidelijke samenhang).
2. De kloof met de onderzoekswiskunde dichten.
3. Gebruik maken van fundamentele wiskundebegrippen die bij kinderen aanwezig zouden zijn.

4. Actief en attractief.
5. Van abstract naar concreet:
  - (a) verzamelingen
  - (b) structuren (van arm naar rijk)
  - (c) logisch, deductief
6. Ruim toepasbaar, op alle moderne zaken, maar niet vanuit toepassing opgebouwd.
7. Weg met oude zoi, geen gedril, maar juist modern.

George Papy (\*1920), sinds 1956 professor in de algebra aan de Université Libre de Bruxelles, was een overtuigende en handige manipulator. Hij gebruikte modern versus stoffig: 'La mathématique de Papy ou les mathématiques de papa' was een uitspraak van hem. Hij organiseerde strak geregisseerde bijeenkomsten waarin naast de rationele, ook veel emotionele argumenten werden gehanteerd. Papy was zich ervan bewust dat hij niet alleen de docenten, maar ook de ouders moest zien over te halen. Hij kende slaafse volgelingen en heftige tegenstanders.

Papy richtte zich tot de leerling met de retoriek waarmee hij zijn methode verkocht: het wiskundeonderwijs was met zijn methode een stap verder geëvolueerd. Dit werd geïllustreerd, ook met filmpjes. Het geheugen moest niet overladen worden: het leren van het principe van het inproduct spaarde bijvoorbeeld het geheugen van de kinderen die geen stelling van Pythagoras meer hoefden leren kennen. De verzamelingen werden handig aan de man gebracht. Aan de hand van familierelaties werden bijvoorbeeld begrippen als niet-commutativiteit en orde-relaties geïntroduceerd.

Het was een politieke beslissing om op 1 september 1968 te starten in het eerste leerjaar secundair (zesde) met de methode van Papy. Op 1 september 1978 volgde de start in de basisschool. In de tussenliggende periode hebben George en Frédérique Papy geëxperimenteerd met de effecten van hun methode bij jonge kinderen. Zij constateerden ook dat het met jonge kinderen gemakkelijker ging dan met kinderen die al een aantal jaren waren 'misvormd' door de klassieke wiskunde.

Aan het eind van zijn verhaal maakte Roelens nog een uitstapje naar het heden. Hij voelde zich niet speciaal misvormd door zijn wiskundelessen. Hij had er veel lol aan beleefd en zag het als een spel. Wel ziet hij de oude tegenstelling van toen nog terug in de boekjes van vandaag: Kindt & De Moor staan in de traditie van toepassingen en laten zien waar die axioma's voor nodig zijn. Rik Verhulst start juist met axioma's en opbouw en gaat naar de toepassing.

## Enquête

Vorig jaar is aan diegenen die ook deze *Nieuwsbrief* ontvangen een vragenformulier over de activiteiten van de HKRWO gestuurd. Er kwamen 15 inhoudelijke reacties binnen. Over het algemeen was men tevreden over de belangrijkste activiteit van de HKRWO: de jaarlijkse symposia. De organisatie en de sfeer zijn goed, de sprekers als regel deskundig en boeiend. Gesuggereerd wordt wel dat de lezingen wat meer een workshopachtig karakter zouden kunnen krijgen; we zullen dit aan de sprekers meegeven. Er werd ook een aantal suggesties voor mogelijke thema's gedaan, zoals de geschiedenis van schoolboeken, curriculumontwikkelingen en een internationale vergelijking van de geschiedenis van het wiskundeonderwijs. Sommige respondenten suggereerden ook een verbreding van de HKRWO-activiteiten, bijvoorbeeld in de richting van onderzoekers en lerarenopleidingen. In dit kader kan gemeld worden dat gekeken zal worden naar de mogelijkheden van samenwerking met het Landelijke werkcontact voor de geschiedenis en maatschappelijke functie van de wiskunde (GMFW), wellicht kunnen deze zaken daarin een plaats krijgen. Verder werd geconstateerd dat het moeilijk is om jonge mensen voor de HKRWO te interesseren. Maar misschien moeten we dit maar niet als een probleem zien, voor de hand liggende oplossingen daarvoor zijn niet gemakkelijk te vinden.

### **Conferentie IJsland**

Op 21, 22 en 23 juni van dit jaar werd in Reykjavik, IJsland een conferentie gehouden onder de titel *On-going Research in the History of Mathematics Education*. Volgens de organisatoren was dit de eerste internationale conferentie geheel gewijd aan de geschiedenis van het wiskundeonderwijs. In drie dagen werden zo'n twintig voordrachten gehouden waarin vele aspecten van die geschiedenis aan bod kwamen. Er waren circa dertig deelnemers uit een groot aantal landen. Vanuit Nederland was Harm Jan Smid aanwezig, hij hield een voordracht onder de titel *Foreign influences on Dutch Mathematics Education*. In het voorjaar zullen de proceedings van deze conferentie verschijnen.

### **European Summer University 6 in 2010**

Om de drie jaar wordt een European Summer University, gewijd aan de geschiedenis van de wiskunde en het gebruik daarvan in het wiskundeonderwijs, georganiseerd. Daarin wordt ook aandacht besteed aan de geschiedenis van het wiskundeonderwijs. Het zijn altijd breed opgezette bijeenkomsten met veel lezingen en workshops, die vaak bijzonder boeiend en interessant zijn. Veel activiteiten zijn ook bijzonder geschikt voor de niet-specialist, bijvoorbeeld wiskundeleraren met belangstelling voor de geschiedenis van hun vak en beroep. De volgende conferentie, *ESU6*, wordt van 19 tot 23 juli 2010 in Wenen gehouden.

Wenen is een mooie en historisch interessante stad, deelname aan ESU6 is een prachtige gelegenheid om een aantal mooie zaken te combineren!

Informatie over de ESU6 is te vinden op:

<http://www.clab.edc.uoc.gr/HPM/ESU6-1stAnnouncement.pdf> en op

<http://www.algebra.tuwien.ac.at/esu6>.