

## Bijlage 1b

Examenprogramma wiskunde B1 en wiskunde B 1,2 v.w.o.

### 1 Het eindexamen

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

- Domein Ag Vaardigheden;
- Domein Bg Functies en grafieken;
- Domein Cg Discrete analyse;
- Domein D(g) Meetkunde;
- Domein Eg Combinatoriek en kansrekening;
- Domein Bb Differentiaal- en integraalrekening;
- Domein Cb Continue dynamische modellen;
- Domein Db Goniometrische functies;
- Domein Eb Normale verdeling en toetsen van hypothesen;
- Domein Fb Keuze-onderwerpen;
- Domein Gb Voortgezette meetkunde;
- Domein Hb Voortgezette analyse.

Het examenprogramma wiskunde B1,2 omvat alle domeinen (van D(g) de subdomeinen Ruimtelijke objecten en Berekeningen).

Het examenprogramma wiskunde B1 omvat de domeinen Ag tot en met Fb (van D(g) de subdomeinen Ruimtelijke objecten en Berekeningen).

#### 1.1 Het centraal examen

Het centraal examen heeft voor wiskunde B1,2 betrekking op de domeinen Bg tot en met Eb, Gb en Hb in combinatie met vaardigheden uit domein Ag met uitzondering van die onderdelen die zich naar hun aard niet lenen voor centrale examinering, waaronder de vaardigheden die uitdrukkelijk een computer als werkstation vereisen.

Het centraal examen heeft voor wiskunde B1 betrekking op de domeinen Bg tot en met Eb in combinatie met vaardigheden uit domein Ag met uitzondering van die onderdelen die zich naar hun aard niet lenen voor centrale examinering, waaronder de vaardigheden die uitdrukkelijk een computer als werkstation vereisen.

Het centraal examen wordt afgenomen in een zitting van 3 uur. Op het centraal examen dient de kandidaat te beschikken over een grafische rekenmachine.

## 1.2 Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft voor wiskunde B1,2 betrekking op de domeinen Bg tot en met Hb in combinatie met de vaardigheden uit domein Ag.

Het schoolexamen heeft voor wiskunde B1 betrekking op de domeinen Bg tot en met Fb in combinatie met de vaardigheden uit domein Ag.

Het schoolexamen bestaat uit een examendossier met de volgende onderdelen:

### a toetsen met gesloten en/of open vragen

- Het beantwoorden van vragen en oplossen van vraagstukken.

Het werk wordt beoordeeld aan de hand van een correctievoorschrift waarin mogelijke antwoorden en een puntenverdeling opgenomen zijn.

### b praktische opdrachten

Het uitvoeren van een aantal onderzoeksopdrachten.

De kandidaat voert een aantal van de volgende typen opdrachten uit:

- het verkennen, aanpakken en oplossen van een probleemsituatie uit de praktijk van een beroep of van het dagelijks leven;
- het verrichten van een literatuurstudie;
- het uitvoeren van een opdracht waarbij informatie- en communicatietechnologie (ICT) functioneel moet worden gebruikt;
- een andersoortige opdracht.

De presentatie van het verrichte werk vindt op één van de volgende wijzen plaats:

- een geschreven verslag (onderzoeksverslag, verhalend verslag, recensie, verslag van een enquête of weergave van een interview);
- een essay of artikel (uiteenzetting, beschouwing of betoog);
- een mondelinge voordracht (uiteenzetting, beschouwing of betoog, forumdiscussie);
- een reeks stellingen met onderbouwing;
- een posterpresentatie met toelichting;
- een presentatie met gebruik van media (audio, video, ICT).

De kandidaat dient in overleg met de examinerer ervoor zorg te dragen dat het totale pakket van praktische opdrachten voor de profielvakken tezamen gevarieerd samengesteld is, zowel wat het type opdrachten betreft als wat de presentatievormen betreft.

De examinering van algemene vaardigheden wordt over de verschillende vakken gespreid.

Tenminste een van de praktische opdrachten binnen het profiel dient te worden uitgevoerd als groepsopdracht in een groep van minimaal 3 deelnemers.

Voor de beoordeling van de praktische opdrachten wordt gebruik gemaakt van beoordelingscriteria die vooraf aan de kandidaat bekend gemaakt zijn.

Bij praktische opdrachten wordt, voor zover relevant, het doorlopen proces door de kandidaat gedocumenteerd (onderwerpskeuze, vraagstelling, verrichte werkzaamheden, geraadpleegde hulpbronnen en dergelijke). Dit wordt in de beoordeling betrokken.

### c profielwerkstuk

Het profielwerkstuk heeft een studielast van 80 uur. Het heeft betrekking op ten minste twee (deel)vakken van het profieldeel (voor het profiel cultuur en maatschappij worden daartoe ook gerekend: Nederlandse taal en letterkunde en Engelse taal en letterkunde).

Wanneer wiskunde bij het profielwerkstuk betrokken is, omvat het profielwerkstuk:

- een zelfstandige onderzoeksopdracht;
- inzet van wiskundige vaardigheden en technieken;
- informatieverwerking.

Voor de presentatie van het profielwerkstuk wordt gebruik gemaakt van de presentatievormen genoemd bij de praktische opdrachten.

Bij het profielwerkstuk wordt het doorlopen proces door de kandidaat gedocumenteerd (onderwerpskeuze, vraagstelling, verrichte werkzaamheden, geraadpleegde hulpbronnen en dergelijke). Dit wordt in de beoordeling betrokken.

Voor de beoordeling van het profielwerkstuk wordt gebruik gemaakt van beoordelingscriteria die vooraf aan de kandidaat bekend gemaakt zijn.

De beoordeling vindt plaats door de examinatoren van de vakken die bij het profielwerkstuk zijn betrokken.

Het profielwerkstuk moet voldoende afgerond zijn. Naast de waardering 'voldoende' kan ook de waardering 'goed' toegekend worden.

d handelingsdeel

Het uitvoeren van opdrachten waarbij oriëntatie op vervolgoopleidingen en beroepsperspectieven centraal staan:

- het informeren naar toekomstperspectieven bij vervolgoopleidingen en beroepen waar wiskunde een rol speelt.

De uitvoering van het handelingsdeel blijkt uit een notitie van de kandidaat waarin aandacht besteed is aan de voorbereiding op en de ervaring met de opdracht en waarin op de uitvoering van de opdracht gereflecteerd wordt.

Voor de activiteiten in dit onderdeel worden geen cijfers toegekend. De examinator stelt aan de hand van de notitie vast of een activiteit naar behoren uitgevoerd is. De notitie maakt deel uit van het examendossier.

informatie en communicatie technologie (ICT)

De kandidaat kan bij de examinering gebruik maken van de volgende toepassingen van ICT:

- raadplegen van (hyper)teksten, gegevens, beeld en geluid in (multimediale) bestanden, gegevensbanken en informatiesystemen met behulp van een computer(netwerk);
- geautomatiseerde zoeksystemen in bibliotheek en mediatheek;
- telecommunicatie, zoals e-mail, discussie- en nieuwsgroepen;
- tekstverwerking;
- grafische rekenmachine;
- rekenkundige, grafische, algebraïsche en statistische bewerkingen;
- spreadsheets, modellen en simulaties;
- verwerking en beheer van gegevens in gegevensbanken en informatiesystemen;
- maken van (multimediale) presentaties.

Het gebruik van ICT-toepassingen bij de toetsing is optioneel op die onderdelen waar de school (nog) niet beschikt over voldoende en adequate apparatuur en programmatuur.

weging

Onderdeel a bepaalt voor 40% het cijfer van het schoolexamen, onderdeel b voor 60%. De waardering voor onderdeel c wordt afzonderlijk op de cijferlijst vermeld. Onderdeel d draagt niet bij aan het cijfer.

Voor kandidaten die het eindexamen afsluiten vóór 1 januari 2004, bepaalt onderdeel a voor 60% het cijfer van het schoolexamen, onderdeel b voor 40%.

## 2 De examenstof

### 2.1 Eindtermen: vaardigheden

domein Ag: Vaardigheden

Subdomein: Informatievaardigheden

De kandidaat kan

- 1 artikelen of berichten uit (nieuws)media of vakliteratuur waarin wiskundige presentaties, redeneringen of berekeningen voorkomen, kritisch analyseren.
- 2 informatie verwerven en selecteren uit schriftelijke, mondelinge en audiovisuele bronnen, mede met behulp van ICT.
- 3 informanten kiezen en informanten bevragen.
- 4 benodigde gegevens halen en interpreteren uit grafieken, tekeningen, simulaties, schema's, diagrammen en tabellen, mede met behulp van ICT.
- 5 gegevens weergeven in grafieken, tekeningen, schema's, diagrammen en tabellen, mede met behulp van ICT.
- 6 hoofd- en bijzaken onderscheiden.
- 7 feiten met bronnen verantwoorden.
- 8 informatie analyseren, schematiseren en structureren.
- 9 de betrouwbaarheid beoordelen van informatie en de waarde daarvan vaststellen voor het op te lossen probleem of te maken ontwerp.
- 10 (historische) situaties benoemen waarin wiskunde een belangrijke rol speelt of heeft gespeeld.
- 11 voorbeelden noemen van het gebruik van wiskunde in andere vakgebieden, beroepen of kunst.

Subdomein: Onderzoeksvaardigheden

De kandidaat kan

- 12 logische relaties tussen gegevens, beweringen en resultaten aanbrengen en beoordelen en relevante gegevens scheiden van minder relevante gegevens.
- 13 gegevens met elkaar en met de probleemstelling in verband brengen, op grond daarvan een passende aanpak kiezen en deze zo mogelijk opsplitsen in deeltaken.
- 14 in een tekst verstrekte gegevens doelmatig weergeven in een geschikte wiskundige representatie (model).
- 15 vaststellen of een gekozen model voldoet en, indien nodig, een bijstelling hiervan suggereren.

- 16 vaststellen of er aanvullende gegevens nodig zijn en zo ja, welke.
- 17 onderzoeken in hoeverre het model bijgesteld moet worden ten gevolge van wijzigingen in de gegevens.
- 18 een bij het model passende wiskundige oplossingsmethode correct uitvoeren.
- 19 resultaten betekenis geven in de context en binnen die context kritisch analyseren.
- 20 de nauwkeurigheid van de gegevens of werkwijzen betrekken bij de beoordeling van het eindresultaat.
- 21 reflecteren op de gemaakte keuzen voor representatie, werkwijze, oplossingsproces en resultaten en deze onder woorden brengen.

Subdomein: Technisch-instrumentele vaardigheden

De kandidaat kan

- 22 bij raadplegen, verkennen en presenteren van wiskundige informatie en bij uitvoeren van wiskundige bewerkingen en redeneringen gebruik maken van toepassingen van ICT.

Subdomein: Oriëntatie op studie en beroep

- 23 De kandidaat heeft informatie ingewonnen over vervolgoopleidingen waarin wiskunde een rol speelt.
- 24 De kandidaat is nagegaan in hoeverre hij een studiehouding, belangstelling en vaardigheden bezit die wenselijk dan wel noodzakelijk worden geacht voor vervolgoopleidingen.

## 2.2 Eindtermen: vakinhoud

### Domein Bg: Functies en grafieken

#### Subdomein: Standaardfuncties

##### De kandidaat kan

- 1 grafieken tekenen van machtsfuncties met rationale exponenten en daarbij de begrippen domein, bereik, stijgen, dalen en asymptotisch gedrag hanteren.
- 2 grafieken tekenen van exponentiële functies van het type  $f(x) = a^x$  en hun inverse functies  $f(x) = \log_a x$  (niet het getal  $e$  als grondtal) en daarbij de begrippen domein, bereik, stijgen, dalen en asymptotisch gedrag hanteren.
- 3 grafieken tekenen van de goniometrische functies  $f(x) = \sin x$  en  $f(x) = \cos x$  en daarbij de begrippen periode, amplitude, domein, bereik, stijgen en dalen hanteren.

#### Subdomein: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

##### De kandidaat kan

- 4 een in de context beschreven samenhang vertalen in een functievoorschrift.
- 5 op grafieken transformaties uitvoeren als verschuiven en rekken en de samenhang met de bijbehorende verandering van het functievoorschrift beschrijven.
- 6 functies combineren (optellen, aftrekken, schakelen) en de samenhang met de bijbehorende grafieken beschrijven.
- 7 een tweede-gradspolynoom in één variabele ontbinden in lineaire factoren.
- 8 een algoritme gebruiken voor het oplossen van een tweede-gradsvergelijking.
- 9 vergelijkingen oplossen met numerieke, grafische of elementair-algebraïsche methoden.
- 10 de rekenregels voor machten en logaritmen (inclusief grondtalverandering) gebruiken.
- 11 gebruik maken van logaritmische schaalverdelingen.
- 12 ongelijkheden oplossen met de grafische methode.
- 13 de begrippen absolute waarde en entier (integer) hanteren.

### Domein Cg: Discrete analyse

#### Subdomein: Verandering

##### De kandidaat kan

- 14 vaststellen op welke intervallen er sprake is van een constant, een stijgend of een dalend verloop van de grafiek van een functie.
- 15 vaststellen of een stijging/daling toenemend of afnemend is.
- 16 vaststellen of er minima en maxima zijn en uit een grafiek aflezen hoe groot die zijn.
- 17 veranderingen beschrijven met behulp van differenties, bijvoorbeeld  $D_x$ .
- 18 bij een gegeven functie of grafiek een toenamediagram tekenen en daaruit conclusies trekken.
- 19 veranderingen beschrijven en vergelijken met behulp van differentiequotiënten.
- 20 differentiequotiënten berekenen als een functie gegeven is door een formule of grafiek.
- 21 differentiequotiënten interpreteren als maat voor gemiddelde verandering op een interval en als helling van een koorde.
- 22 bij afnemende stapgrootte differentiequotiënten interpreteren als benadering van de helling (steilheid) van de grafiek in een bepaald punt.
- 23 van een gegeven grafiek de bijbehorende hellinggrafiek beschrijven en met een computer numeriek benaderen.
- 24 uit een gegeven hellinggrafiek het verloop van de oorspronkelijke grafiek afleiden.
- 25 relaties leggen tussen contexten, bijbehorende formules of functies en veranderingsgedrag.

#### Subdomein: Rijen

##### De kandidaat kan

- 26 bij een gegeven rij de begrippen verschilrij en somrij hanteren en daarbij de symbolen  $D$  en  $S$  gebruiken.
- 27 vaststellen of een gegeven rij een rekenkundige of een meetkundige rij is.
- 28 bij een rekenkundige rij en een meetkundige rij, al dan niet in recursieve vorm gegeven, de formules voor term en som gebruiken.

## Domein D(g): Meetkunde

### Subdomein: Ruimtelijke objecten

#### De kandidaat kan

- 29 uitspraken doen over een object door het combineren van aanzichten in verschillende kijkrichtingen.
- 30 aanzichten in verschillende kijkrichtingen van een object tekenen.
- 31 uitspraken doen over een object op grond van een serie parallelle doorsneden (bv. scannen, echografie).
- 32 conclusies trekken over de wijze waarop een object uiteenvalt bij een voorgetekende vlakke doorsnede.
- 33 in eenvoudige gevallen een vlakke doorsnede van een voorgetekend object tekenen.
- 34 in eenvoudige gevallen de vlakke doorsnede van een object op ware grootte tekenen.
- 35 hoogtekarten interpreteren en daarin toppen en zadelpunten aanwijzen.

### Subdomein: Berekeningen

#### De kandidaat kan

- 36 met behulp van de goniometrische verhoudingen sinus, cosinus en tangens hoeken en lijnstukken berekenen, bijvoorbeeld bij landmeetkunde.
- 37 cartesische coördinaten omzetten naar poolcoördinaten en omgekeerd.
- 38 met behulp van de sinus- en de cosinusregel lijnstukken en hoeken berekenen.
- 39 de componenten berekenen bij het ontbinden van een vector in twee onderling loodrechte richtingen, onder andere bij krachten en snelheden.
- 40 de grootte en de richting berekenen van een som- of een verschilvector, onder andere bij krachten en snelheden.
- 41 oppervlakte en omtrek berekenen van een driehoek, een parallellogram, een cirkel en van een vlakke figuur die met deze vormen samenhangt.

### Subdomein: Lineair programmeren

n.v.t.

## Domein Eg: Combinatoriek en kansrekening

### Subdomein: Combinatoriek

#### De kandidaat kan

- 47 gegevens over verzamelingen weergeven in een Venndiagram.
- 48 het aantal elementen berekenen van de doorsnede of de vereniging van 2 of 3 eindige verzamelingen.
- 49 naar aanleiding van een tekst voor een telprobleem een geschikte visualisatie tekenen zoals een boomdiagram, een wegendiagram of een rooster.
- 50 bij telproblemen vaststellen is of er sprake is van rangschikken met herhaling of van rangschikken zonder herhaling.
- 51 bij telproblemen vaststellen of gebruik gemaakt mag worden van de vermenigvuldigregel op grond van onafhankelijkheid.
- 52 het aantal kortste routes in een rooster berekenen.
- 53 het aantal permutaties van  $k$  uit  $n$  vaststellen met behulp van faculteiten.
- 54 het aantal combinaties van  $k$  uit  $n$  berekenen met behulp van faculteiten.
- 55 het verband beschrijven tussen de getallen uit de driehoek van Pascal en de binomiaalcoëfficiënten in het binomium van Newton.

### Subdomein: Kansen

#### De kandidaat kan

- 56 bij toevalsexperimenten de begrippen uitkomst, uitkomstenverzameling, gebeurtenis, elementaire gebeurtenis, onmogelijke gebeurtenis, elkaar uitsluitende gebeurtenissen hanteren.
- 57 empirische kansen berekenen op grond van waarnemingen verkregen door het herhaald uitvoeren van een toevalsexperiment of simulatie.
- 58 nagaan of verondersteld mag worden dat de elementen van een uitkomstenverzameling even waarschijnlijk zijn (symmetrische kansruimte).

- 59 een toevalsexperiment vertalen naar het model trekken van balletjes uit een vaas, al dan niet met teruglegging en al dan niet rekening houdend met de trekkingsvolgorde.
- 60 combinatorische aspecten herkennen bij het tellen van het aantal elementen van een uitkomstenverzameling en bij het berekenen van kansen.
- 61 de overgang beschrijven van empirische kansen naar kansen vanuit een intuïtief begrip van de wet van de grote aantallen.
- 62 kansen berekenen op grond van symmetrie-veronderstellingen en systematisch tellen.
- 63 de begrippen onafhankelijke gebeurtenissen en voorwaardelijke kans hanteren voor symmetrische en niet-symmetrische kansruimten.

## Subdomein: Rekenen met kansen

### De kandidaat kan

- 64 kansen berekenen door gebruik te maken van de somregel en de complementregel.
- 65 kansen berekenen door gebruik te maken van de produktregel voor onafhankelijke gebeurtenissen.
- 66 bij een toevalsexperiment discrete toevalsvariabelen gebruiken en interpreteren.
- 67 de waardenverzameling van een discrete toevalsvariabele (in eenvoudige gevallen met de bijbehorende kansverdeling) beschrijven.
- 68 het begrip onafhankelijkheid voor twee of meer discrete toevalsvariabelen beschrijven.
- 69 voor een discrete toevalsvariabele met gegeven kansverdeling de verwachting berekenen en interpreteren.
- 70 de regel "verwachting van de som = som van de verwachtingen" hanteren.

## Subdomein: Speciale discrete verdelingen

### De kandidaat kan

- 71 vaststellen of een kansexperiment vertaald kan worden naar een uniforme discrete verdeling.
- 72 bij een uniforme discrete verdeling kansen berekenen en de verwachting van een uniform verdeelde toevalsvariabele berekenen.
- 73 vaststellen of een kansexperiment vertaald kan worden naar het model van de binomiale verdeling.
- 74 een binomiaal verdeelde toevalsvariabele opvatten als de som van onafhankelijke Bernoulli- toevalsvariabelen.
- 75 de binomiale kansverdeling beschrijven met behulp van het binomium van Newton.
- 76 bij een binomiale verdeling kansen berekenen en de verwachting van een binomiaal verdeelde toevalsvariabele berekenen.

## Domein Bb: Differentiaal- en integraalrekening

### Subdomein: Afgeleide functies

#### De kandidaat kan

- 77 de helling van een grafiek in een punt numeriek-grafisch benaderen als de functie gegeven is door een formule.
- 78 het differentiaalquotiënt gebruiken als maat voor de lokale verandering van een functie en als richtingscoëfficiënt van de raaklijn.
- 79 het differentiaalquotiënt gebruiken om een functie lokaal lineair te benaderen.
- 80 het verband aangeven tussen de afgeleide van een functie  $f$  en van een functie  $g$  waarvan de grafiek door verschuiven of rekken uit die van  $f$  is ontstaan.
- 81 de afgeleide functie gebruiken voor het bestuderen van stijging of daling van een functie.
- 82 de afgeleide gebruiken bij het vinden van extremen van een functie of het verifiëren van langs numeriek-grafische weg gevonden extremen.
- 83 de tweede afgeleide gebruiken om toe- of afname van stijging of daling te onderscheiden.
  
- 84 de tweede afgeleide gebruiken bij het vinden van buigpunten van een grafiek of het verifiëren van langs numeriek-grafische weg gevonden buigpunten.
- 85 de diverse notaties voor de afgeleide en de tweede afgeleide functie:  $f'(x)$ ,  $dy/dx$ ,  $d/dx f(x)$ ,  $dK/dq$ ,  $ds/dt$ ,  $f''(x)$  herkennen en gebruiken.
- 86 relaties leggen tussen begrippen in contexten, met name de begrippen snelheid en versnelling, de eerste en/of tweede afgeleide van een functie en de grafieken van de eerste en/of tweede afgeleide.
- 87 een optimaliseringsprobleem vertalen in een model waarbij een functie van één variabele optreedt en dit probleem vervolgens numeriek-grafisch of met behulp van de afgeleide van deze functie oplossen.
- 88 het ontstaan van de differentiaalrekening in een historische context plaatsen.

### Subdomein: Algebraïsche technieken

#### De kandidaat kan

- 89 met standaardtechnieken vergelijkingen oplossen en algebraïsche uitdrukkingen omwerken.
- 90 de afgeleide bepalen van standaardfuncties.
- 91 bij het bepalen van de afgeleide van exponentiële en logaritmische functies het getal  $e$  en de natuurlijke logaritme gebruiken.

92 voor het bepalen van de afgeleide functie de som-, verschil-, produkt-, quotiënt- en/of kettingregel gebruiken.

Subdomein: Integraalrekening

De kandidaat kan

93 bij daarvoor geëigende toepassingen een bepaalde integraal opstellen.

94 met behulp van de grafische rekenmachine of computer een Riemannsom berekenen als benadering van een integraal.

95 de notatie  $\int_a^b f(t) dt$  herkennen en gebruiken.

96 een integraal exact berekenen in het geval de integrand

- a. de gedaante  $f(x) + c$ ,  $f(x+c)$ ,  $c \cdot f(x)$  of  $f(cx)$  heeft, waarbij  $f$  een machtsfunctie, een exponentiële functie, de functie sinus of de functie cosinus is.
- b. de som van twee of meer functies zoals bedoeld in a. is.

97 een integraal of numerieke benadering ervan gebruiken bij de berekening van lengte, oppervlakte, inhoud, afgelegde weg, zwaartepunt, arbeid, potentiële energie.

98 het ontstaan van de integraalrekening in een historische context plaatsen.

Domein Cb: Continue dynamische modellen

Subdomein: Modelleren

De kandidaat kan

99 onderscheid maken tussen een discreet en een continu model voor een dynamisch proces.

100 bij daarvoor geëigende dynamische processen, met name processen van exponentiële groei en afname, en processen van begrensde groei, een differentiaalvergelijking opstellen van het type

$$\frac{dy}{dt} = f(y).$$

101 door middel van substitutie controleren of een functie  $y$  oplossing is van een dergelijke differentiaalvergelijking.

102 eigenschappen van een oplossing  $y$  interpreteren in termen van het gemodelleerde proces.

Subdomein: Oplossen van differentiaalvergelijkingen

De kandidaat kan

103 een richtingsveld (veld van lijnelementen) gebruiken om een grafisch beeld van het dynamische proces te krijgen, ook met behulp van een geschikt computerprogramma.

104 door middel van een formule de algemene oplossing beschrijven van differentiaalvergelijkingen van de volgende vorm:

- $\frac{dy}{dt} = cy$  (met  $c$  constant)

- $\frac{dy}{dt} = c(y-k)$  (met  $c$  en  $k$  constant)

- $\frac{dy}{dt} = cy \left(1 - \frac{y}{M}\right)$  (met  $c$  en  $M$  constant)

105 voor elk van de drie genoemde types differentiaalvergelijkingen een oplossing bepalen als er aan een gegeven randvoorwaarde moet worden voldaan, ook in concrete toepassingen.

106 de methode van Euler gebruiken om met behulp van een grafische rekenmachine of computer een oplossing te benaderen van een differentiaalvergelijking van het in eindterm 100 bedoelde type.

## Domein Db: Goniometrische functies

De kandidaat kan

- 107 de kenmerkende eigenschappen noemen en gebruiken van de grafieken van  $y = \sin x$  en  $y = \cos x$ .
- 108 graden omrekenen in radialen en omgekeerd.
- 109 de eenparige cirkelbeweging en de harmonische beweging in verband brengen met de functies sinus en cosinus.
- 110 gebruik maken van de begrippen amplitude, evenwichtstand, faseverschil en frequentie bij het tekenen van een sinusoïde of het beschrijven van een periodiek verschijnsel.
- 111 bij een gegeven sinusoïde een passende formule opstellen.
- 112 vergelijkingen oplossen van het type  $\sin a(x) = \sin b(x)$  en  $\cos a(x) = \cos b(x)$  waarbij  $a$  en  $b$  lineaire functies van  $x$  zijn en hierbij de periodiciteit gebruiken voor het vinden van alle oplossingen.
- 113 de formules waarin  $\sin(t+\pi)$ ,  $\cos(t+\pi)$ ,  $\sin(t+1/2\pi)$ ,  $\cos(t+1/2\pi)$ ,  $\sin(-t)$ ,  $\cos(-t)$ ,  $\sin(2t)$  en  $\cos(2t)$  worden uitgedrukt in  $\sin t$  en/of  $\cos t$ , gebruiken bij het herleiden van formules en het oplossen van vergelijkingen.
- 114 de formules  $\sin 2t + \cos 2t = 1$  en  $\sin t / \cos t = \tan t$  gebruiken bij het herleiden van formules.
- 115 de formules voor  $\sin(t \pm u)$ ,  $\cos(t \pm u)$ ,  $\sin t \pm \sin u$ ,  $\cos t \pm \cos u$  gebruiken bij het verklaren van samengestelde trillingspatronen en bij het herleiden van formules.
- 116 de afgeleiden bepalen van de functies sinus, cosinus en tangens.
- 117 parameterstellingen gebruiken bij het bestuderen van figuren van Lissajous en bij het berekenen van de snelheid waarmee zo'n figuur wordt doorlopen.

## Domein Eb: Normale verdeling en toetsen van hypothesen

Subdomein: Standaardafwijking

De kandidaat kan

- 118 de begrippen variantie en standaardafwijking gebruiken, in het bijzonder bij de binomiale verdeling.
- 119 de eigenschap dat de variantie van de som van onafhankelijke toevalsvariabelen gelijk is aan de som van de varianties toepassen, in het bijzonder bij de binomiale verdeling.

Subdomein: Normale verdeling

De kandidaat kan

- 120 de normale verdeling gebruiken als model voor de kansverdeling van een continue grootte.
- 121 het model van de normale verdeling beschrijven gebruik makend van de formule van de kansdichtheid en de verdelingsfunctie als integraal van de kansdichtheid.
- 122 de verwachtingswaarde en de standaardafwijking gebruiken als karakteristieken van een normale verdeling, inclusief de twee vuistregels voor het percentage afwijkingen van de verwachtingswaarde in relatie tot de standaardafwijking.

- 123 kansen berekenen van normaal verdeelde toevalsvariabelen gebruik makend van de tabel van de standaard normale verdelingsfunctie of van een geschikte functie op de grafische rekenmachine.
- 124 gebruik maken van normaal waarschijnlijkheidspapier of van een overeenkomstige functie op de grafische rekenmachine om na te gaan of een gegeven frequentieverdeling overeenstemt met de normale verdeling en om verwachtingswaarde en standaardafwijking te schatten.
- 125 de verdeling van de som van een groot aantal onafhankelijke gelijk verdeelde toevalsvariabelen normaal benaderen met behulp van de centrale limietstelling.

Subdomein: Toetsen van hypothesen

De kandidaat kan

- 126 binnen een probleemsituatie de begrippen nulhypothese, alternatieve hypothese, eenzijdig toetsen, tweezijdig toetsen en significantieniveau hanteren.
- 127 bij een normaal verdeelde toevalsvariabele met gegeven standaardafwijking de hypothese  $H_0: m = m_0$  tegen  $H_1: m < m_0$  of  $H_1: m > m_0$  of  $H_1: m \neq m_0$  formuleren en toetsen.

Domein Fb: Keuze-onderwerpen

Dit domein omvat een of meer keuze-onderwerpen. De onderwerpen worden gekozen door de school. De onderwerpen kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn. De totale studielast van de keuze-onderwerpen is 40 uur.

Domein Gb: Voortgezette meetkunde

Subdomein: Bewijzen in de vlakke meetkunde

De kandidaat kan

- 128 het verschil aangeven tussen een definitie en een stelling.
- 129 het verschil aangeven tussen een vermoeden en een stelling.
- 130 in relevante gevallen het verschil tussen een stelling en haar omkering herkennen en beoordelen welke van de twee bij een bepaald bewijs een rol kan spelen.
- 131 de structuur van een gegeven bewijs doorgronden.
- 132 verschillende technieken hanteren bij het geven van een bewijs of het weerleggen van een vermoeden, zoals:
- het redeneren vanuit het ongerijmde,
  - het gebruik maken van meetkundige plaatsen,
  - het onderzoeken en onderscheiden van verschillende gevallen,
  - het geven van een tegenvoorbeeld.
- 133 meetkundige situaties exploreren, met name aan de hand van constructies met een geschikt computerprogramma, en een vermoeden in de vorm van een (te bewijzen) stelling formuleren.
- 134 bewijzen geven waarbij gebruik gemaakt wordt van eigenschappen van rechte lijnen, cirkels, driehoeken en vierhoeken en waarbij afstanden, hoeken en onderlinge ligging een rol spelen.
- 135 binnen een concrete probleemsituatie methoden uit de vlakke meetkunde gebruiken.

Subdomein: Afstanden en grenzen

De kandidaat kan

- 136 aangeven wat de afstand van een punt tot een gebied is en daarbij gebruik maken van cirkels rond het gegeven punt en/of de begrippen normaal en voetpunt.
- 137 de driehoeksongelijkheid en de stelling van Pythagoras gebruiken om beweringen over afstanden te bewijzen.
- 138 een gebiedsindeling bij een gegeven verzameling punten tekenen op grond van het naaste buurprincipe en zo'n indeling gebruiken in diverse contexten.
- 139 iso-afstandslijnen op variërende afstanden onderzoeken bij een gegeven gebied waarvan de rand uit lijnstukken en/of cirkelbogen bestaat en daarbij de rol van inhammen en hoekpunten bij variërende afstand beschrijven.

Subdomein: Beginselen van de analytische meetkunde

De kandidaat kan

- 140 de coördinaten van een deelpunt van een lijnstuk berekenen, als de coördinaten van de eindpunten van het lijnstuk en de deelverhouding gegeven zijn.
- 141 analytische voorstellingen geven van een rechte lijn en van een cirkel met gegeven middelpunt en straal.
- 142 vaststellen of twee lijnen elkaar loodrecht snijden.
- 143 een vergelijking opstellen van de loodlijn door een gegeven punt op een gegeven lijn.
- 144 een vergelijking opstellen van de raaklijn aan een cirkel in een gegeven punt van die cirkel.

Subdomein: Meetkundige plaatsen en kegelsneden

De kandidaat kan

- 145 middelloodlijnen, bissectrices, cirkels, parabolen, ellipsen en hyperbolen als meetkundige plaatsen herkennen en gebruiken.
- 146 in eenvoudige gevallen de meetkundige plaats van punten vinden die gelijke afstand tot twee gegeven gebieden hebben.
- 147 in concrete situaties de rol van brandpunten en richtlijn herkennen en gebruiken.
- 148 in een gegeven punt van een cirkel, parabool, ellips of hyperbool de raaklijn construeren.
- 149 in concrete situaties de raaklijneigenschap van een parabool, ellips of hyperbool gebruiken, met name in verband met spiegels.
- 150 in eenvoudige gevallen de verplaatsing van een golffront beschrijven die door een parabolische, elliptische of hyperbolische spiegel gereflecteerd wordt.
- 151 een geschikt rechthoekig assenstelsel in het vlak kiezen en een vergelijking opstellen van een meetkundige plaats die gedefinieerd is via gelijke afstanden tot twee punten, een punt en een lijn, een punt en een cirkel, een cirkel en een lijn respectievelijk twee disjuncte cirkels.
- 152 een vergelijking van een parabool herkennen en gebruiken, en de coördinaten van top en brandpunt berekenen in het geval de symmetrie-as samenvalt of evenwijdig is met de x-as of de y-as.

153 een vergelijking van een ellips of hyperbool herkennen en gebruiken, in het geval de symmetrie-assen samenvallen of evenwijdig zijn met de x-as en de y-as.

Domein Hb: Voortgezetste analyse

Subdomein: Rijen

De kandidaat kan

154 een voorstelling van een rij door een 'directe' formule en door een recurrente betrekking herkennen en gebruiken.

155 bij een rij gedefinieerd door een formule van de vorm  $x_{n+1} = f(x_n)$  een grafische voorstelling (web) maken.

156 bij een door een formule gegeven rij een formule voor de rij van differenties opstellen.

157 in geschikte gevallen de partiële sommen van een rij uitdrukken in n.

158 bij een rij de begrippen monotoon stijgend, monotoon dalend, alternerend en begrensd gebruiken.

159 enkele (historisch) belangrijke rijen herkennen zoals de rij van Fibonacci, de harmonische rij en de reken-meetkundige rij.

Subdomein: Convergentie van rijen

De kandidaat kan

160 het begrip convergentie van een rij hanteren en de notatie  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = c$  herkennen en gebruiken.

161 de implicatie 'als  $\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n| = 0$ , dan  $\lim_{n \rightarrow \infty} 1/u_n = 0$ ' gebruiken.

162 enkele standaardlimieten, zoals  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^a = 0$  ( $a > 0$ ),  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + x/n)^n = e^x$  en  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k/a^n = 0$

( $a > 1$ ) herkennen en gebruiken.

163 limieten van rijen berekenen met behulp van som-, verschil-, produkt- en quotiëntregel.

164 de implicatie 'als f continu in a is en  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , dan  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(a)$ ' gebruiken bij het

berekenen van limieten in het geval dat f samengesteld is uit standaardfuncties.

165 de insluitstelling gebruiken bij het berekenen van limieten.

166 het verband leggen tussen de limiet van een rij gegeven door een formule van de vorm  $x_{n+1} = f(x_n)$  en een oplossing van de vergelijking  $x = f(x)$ .

Subdomein: Sommeerbare rijen

De kandidaat kan

167 het begrip sommeerbaarheid van een rij hanteren en de notatie

$\sum_{k=0}^{\infty} u_k$  herkennen en gebruiken.

168 bepalen of een meetkundige rij sommeerbaar is of niet en bij een sommeerbare meetkundige rij de limietsom berekenen.

169 het verband leggen tussen de sommeerbaarheid van een rij en het bestaan van een oneigenlijke integraal.

Subdomein: Irrationale getallen

De kandidaat kan

170 de irrationaliteit van een getal als  $\sqrt{2}$  bewijzen.

171 aan de hand van een algoritme een getal als  $\sqrt{2}$  benaderen met rationale getallen.

172 onderscheid maken tussen rationale getallen en irrationale getallen en het verband leggen tussen deze getallen en oneindige repeterende en niet-repeterende decimale breuken.

Subdomein: Limieten en functies

De kandidaat kan

173 het begrip differentieerbaarheid in verband brengen met een limietproces.

174 enkele standaardlimieten, zoals  $\lim_{r \rightarrow 1} (r^p - 1)/(r - 1) = p$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} (ax - 1)/x = \ln a$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$

herkennen en gebruiken.

175 horizontale of verticale asymptoten van de grafiek van een functie in verband brengen met limieten.

